

Đề thi vòng loại TLEOJ Cup 2024 – Ngày thi thứ hai (13/04/2024)

Tổng quan

	Tên bài	Mã nguồn	Dữ liệu vào	Dữ liệu ra
Câu 1	Chia kẹo	CANDY.*	CANDY.inp	CANDY.out
Câu 2	Xúc xắc	DICE.*	DICE.inp	DICE.out
Câu 3	Hệ thống dữ liệu	DATA.*	DATA.inp	DATA.out
Câu 4	Thần số học	NUMERO.*	NUMERO.inp	NUMERO.out

Dấu * trong tên tệp ở cột Mã nguồn có thể được thay bởi phần mở rộng của các ngôn ngữ Pascal (.pas), C++ (.cpp), Python (.py).

Các tệp dữ liệu vào và dữ liệu ra thuộc cùng một thư mục với tệp mã nguồn. Tệp mã nguồn, dữ liệu vào và dữ liệu ra đều là các tệp văn bản.

Thí sinh có thời gian làm bài là **180** phút. Với mỗi câu, thí sinh được nộp không quá **03** lần.

Các giới hạn về thời gian và bộ nhớ của mỗi bài sẽ được đề cập riêng ở từng bài.

Đề thi gồm **06** trang, **04** câu, mỗi câu có giá trị **100** điểm.

Câu 1. Chia kẹo (100 điểm)

Mã nguồn	Dữ liệu vào	Dữ liệu ra	Thời gian	Bộ nhớ
CANDY.*	CANDY.inp	CANDY.out	1 giây	1024 MB

Phúc có V chiếc kẹo và có thể mua thêm tối đa H chiếc kẹo nữa. Phúc muốn đem số kẹo này chia cho các bạn nhỏ trong phố sao cho mỗi bạn có số kẹo bằng nhau và nhiều nhất. Phúc không biết trước số bạn sẽ đến nhận kẹo, chỉ biết rằng nếu em có P chiếc kẹo thì sẽ có không quá P bạn đến nhận. Trong một số trường hợp, để số kẹo của mỗi bạn bằng nhau, Phúc sẽ còn dư lại một số chiếc kẹo.

Phúc định nghĩa giá trị $D(P)$ là tổng số kẹo còn dư trong tất cả các trường hợp. Hay nói cách khác, hàm $D(P)$ được định nghĩa như sau, với $P \bmod L$ là phép chia lấy dư của P cho L :

$$D(P) = (P \bmod 1) + (P \bmod 2) + \dots + (P \bmod P)$$

Yêu cầu: Vì Phúc muốn số kẹo còn dư là lớn nhất có thể, nên em muốn tìm giá trị $\max_{P=V}^{V+H} D(P)$, hay nói cách khác, tìm giá trị $D(P)$ lớn nhất với mọi $V \leq P \leq V + H$. Các bạn hãy tìm giá trị này giúp Phúc nhé.

Dữ liệu vào: Nhập từ file CANDY.inp:

- Một dòng duy nhất gồm hai số nguyên dương V, H ($1 \leq V \leq V + H \leq 10^{12}, 0 \leq H \leq 10^6$).

Dữ liệu ra: Ghi ra file `CANDY.out`:

- Một dòng duy nhất gồm giá trị $D(P)$ lớn nhất tìm được. Vì giá trị này có thể rất lớn nên chỉ cần in ra phần dư của $D(P)$ sau khi chia cho 2702200927022011.

Ràng buộc bổ sung:

- 20% số điểm có $V \leq 10^6, H = 0$.
- 20% số điểm có $H = 0$.
- 20% số điểm khác có $V + H \leq 10^6$.
- 20% số điểm khác có $V + H \leq 10^9$.
- 20% số điểm khác không có giới hạn gì thêm.

Ví dụ:

CANDY.inp	CANDY.out	Giải thích
3 2	4	Ta có $V + H = 3 + 2 = 5$ và $D(3) = (3 \bmod 1) + (3 \bmod 2) + (3 \bmod 3) = 0 + 1 + 0 = 1$ Tương tự, ta cũng có: $D(4) = 0 + 0 + 1 + 0 = 1$ $D(5) = 0 + 1 + 2 + 1 + 0 = 4$ Vậy giá trị lớn nhất tìm được là 4.
6 4	13	Tương tự như trên, ta có: $D(6) = 3$ $D(7) = 8$ $D(8) = 8$ $D(9) = 12$ $D(10) = 13$

Câu 2. Xúc xắc (100 điểm)

Mã nguồn	Dữ liệu vào	Dữ liệu ra	Thời gian	Bộ nhớ
DICE.*	DICE.inp	DICE.out	1 giây	256 MB

Phúc là một bạn học sinh có đam mê rất lớn với những bài toán liên quan đến xác suất. Hôm nay, em cùng Đan thực hiện một thực nghiệm nhỏ liên quan đến những con xúc xắc như sau: Gieo một con xúc xắc (6 mặt) P lần và ghi lại kết quả của các lần gieo. Theo Phúc, thực nghiệm được xem là thành công khi tích số chấm ở mặt trên của con xúc xắc trong các lần gieo bằng một số $D = 5^L \times 3^V \times 2^H$.

Yêu cầu: Vì số trường hợp xảy ra có thể rất lớn, bạn hãy sử dụng sức mạnh của máy tính để giúp Phúc tính số cách gieo để thực nghiệm thành công.

Dữ liệu vào: Nhập từ file `DICE.inp`:

- Một dòng duy nhất gồm 4 số nguyên P, L, V, H ($0 \leq P, L, V, H \leq 2 \times 10^7$).

Dữ liệu ra: Ghi ra file `DICE.out`:

- Một dòng duy nhất gồm phần dư của số lượng cách gieo tìm được khi chia cho 20071409.

Ràng buộc bổ sung:

- 5% số điểm có $P = 1$.
- 5% số điểm khác có $V = H = 0$ và $P = L$.
- 5% số điểm khác có $P \leq 9$.
- 5% số điểm khác có $P, L, V, H \leq 70$.
- 10% số điểm khác có $P, L, V, H \leq 100$.
- 10% số điểm khác có $P, L, V, H \leq 1000$.
- 10% số điểm khác có $V = H = 0$.
- 10% số điểm khác có $H = 0$.
- 10% số điểm khác có $V = 0$.
- 10% số điểm khác có $L = 0$.
- 10% số điểm khác có $P, L, V, H \leq 10^6$.
- 10% số điểm còn lại không có giới hạn gì thêm.

Ví dụ:

<code>DICE.inp</code>	<code>DICE.out</code>	Giải thích
3 2 1 0	3	Ta có $D = 5^2 \times 3 = 75$. Các cách gieo thỏa mãn là: $5 \times 5 \times 3 = 75$. $5 \times 3 \times 5 = 75$. $3 \times 5 \times 5 = 75$.
3 1 1 1	12	Ta có $D = 5 \times 3 \times 2 = 30$. Các cách gieo thỏa mãn là: $2 \times 3 \times 5 = 30$ và các hoán vị. $1 \times 5 \times 6 = 30$ và các hoán vị.

Câu 3. Hệ thống dữ liệu (100 điểm)

Mã nguồn	Dữ liệu vào	Dữ liệu ra	Thời gian	Bộ nhớ
DATA.*	DATA.inp	DATA.out	1 giây	1024 MB

Công ty V và công ty H là hai công ty có truyền thống kinh địch với nhau. Mỗi công ty đều có những tình báo của mình ở công ty đối phương nhằm thu thập thông tin cũng như đánh cắp những dữ liệu quan trọng cho công ty của mình.

Một điệp viên của công ty V đã tìm cách xâm nhập được vào hệ thống máy chủ của công ty H. Anh nhận ra rằng dữ liệu bí mật của công ty H thực chất là một dãy số nguyên dương $A_1, A_2, \dots, A_N$. Anh ta đã ghi lại được dãy số tại thời điểm xâm nhập hệ thống và đã cài đặt được một phần mềm có khả năng báo cáo toàn bộ các hoạt động của các thành viên của công ty H trên hệ thống dữ liệu.

Sau một thời gian, các thành viên của công ty V đã nhận được dãy số A và báo cáo về các thao tác trên cơ sở dữ liệu của công ty H. Công ty V sẽ tiến hành phân tích các thao tác này. Biết rằng, từ thời điểm hệ thống bị xâm nhập đến khi công ty V bắt đầu tiến hành phân tích, các thành viên của công ty H đã tiến hành Q thao tác trên hệ thống dữ liệu. Các thao tác này có thể được chia thành ba loại sau (quy ước thao tác thứ nhất là thao tác đầu tiên của công ty H trên cơ sở dữ liệu sau khi bị xâm nhập):

- Loại 1: thay đổi giá trị một phần tử $A_V = H$.
- Loại 2: tính tổng $A_L + A_{L+D} + A_{L+2D} + \dots + A_{L+PD}$.
- Loại 3: khôi phục dãy A về trạng thái trước thao tác thứ T .

Các thao tác được thực hiện tuần tự và được sắp xếp trong bản báo cáo theo thứ tự thời gian.

Yêu cầu: Từ dữ liệu về dãy A và bản báo cáo các thao tác, bạn hãy giúp công ty V khôi phục lại kết quả trả về của các thao tác loại 2.

Dữ liệu vào: Nhập từ file `DATA.inp`:

- Dòng tiếp theo gồm hai số nguyên dương N, Q ($1 \leq N, Q \leq 10^5$).
- Dòng tiếp theo gồm N số nguyên dương $A_1, A_2, \dots, A_N$ ($1 \leq A_i \leq 10000$).
- Q dòng tiếp theo là các thao tác trong bản báo cáo, mỗi dòng thuộc một trong ba dạng sau:
 - $1\ V\ H$: thao tác loại 1, với V, H là các số nguyên dương, yêu cầu thay đổi $A_V = H$ ($1 \leq V \leq N, 1 \leq H \leq 10000$).
 - $2\ L\ P\ D$: thao tác loại 2, với L, P, D là các số nguyên không âm, yêu cầu tính tổng $A_L + A_{L+D} + A_{L+2D} + \dots + A_{L+PD}$ ($1 \leq L \leq L + PD \leq N, 1 \leq D \leq N$).
 - $3\ T$: thao tác loại 3, với T là một số nguyên dương, yêu cầu khôi phục dãy A về trạng thái trước thao tác thứ T . Dữ liệu đầu vào đảm bảo thứ tự của thao tác hiện tại không nhỏ hơn i .

Dữ liệu ra: Ghi ra file `DATA.out`:

- Với mỗi thao tác loại 2, in ra kết quả trên một dòng.

Ràng buộc bổ sung:

- 4% số điểm không có thao tác loại 3 và $P = 0$ với mọi thao tác loại 2.
- 8% số điểm khác có $N, Q \leq 5000$.
- 8% số điểm khác không có thao tác loại 1 và $D = 1$ với mọi thao tác loại 2.
- 12% số điểm khác không có thao tác loại 3 và $D = 1$ với mọi thao tác loại 2.
- 12% số điểm khác không có thao tác loại 1.

- 12% số điểm khác có $P = 0$ với mọi thao tác loại 2.
- 12% số điểm khác có $D = 1$ với mọi thao tác loại 2.
- 12% số điểm khác không có thao tác loại 3.
- 20% số điểm còn lại không có giới hạn gì thêm.

Ví dụ:

DATA.inp	DATA.out	Giải thích
5 5 1 2 3 4 5 1 1 4 2 1 1 2 3 1 1 2 5 2 2 3 1	7 17	Sau thao tác đầu tiên, $A = (4, 2, 3, 4, 5)$. Tổng $A_1 + A_3 = 7$. Thao tác thứ ba yêu cầu khôi phục dãy về trạng thái trước thao tác thứ nhất, nghĩa là $A = (1, 2, 3, 4, 5)$. Sau thao tác thứ tư, $A = (1, 5, 3, 4, 5)$. Tổng $A_2 + A_3 + A_4 + A_5 = 17$.
5 3 4 2 5 3 1 1 3 2 1 4 4 2 1 2 2	7	Sau thao tác đầu tiên, $A = (4, 2, 2, 3, 1)$. Sau thao tác thứ hai, $A = (4, 2, 2, 4, 1)$. Tổng $A_1 + A_3 + A_5 = 7$.

Câu 4. Thần số học (100 điểm)

Mã nguồn	Dữ liệu vào	Dữ liệu ra	Thời gian	Bộ nhớ
NUMERO.*	NUMERO.inp	NUMERO.out	1 giây	1024 MB

Linh là một bạn học sinh có niềm đam mê rất lớn với những con số. Cô định nghĩa một số được gọi là *số chủ đạo* khi và chỉ khi trong biểu diễn thập phân của nó không chứa ba chữ số ở ba vị trí khác nhau mà có tổng là một số chia hết cho 4.

Ví dụ, số 123 là *số chủ đạo* vì $1 + 2 + 3 = 6$ không chia hết cho 4. Tương tự, số 1232 cũng là *số chủ đạo* vì:

- $1 + 2 + 3 = 6$ không chia hết cho 4.
- $1 + 3 + 2 = 6$ không chia hết cho 4.
- $1 + 2 + 2 = 5$ không chia hết cho 4.
- $2 + 3 + 2 = 7$ không chia hết cho 4.

Ngược lại, số 1000 lại không phải *số chủ đạo* vì $0 + 0 + 0 = 0$ chia hết cho 4.

Tương truyền rằng, thần số học có thể dựa vào những con số chủ đạo của mỗi người để phân tích tính cách, điểm mạnh, điểm yếu, ... của từng người.

Yêu cầu: Linh có P cặp số may mắn (V, H) , với mỗi cặp số may mắn, cô muốn tính số lượng *số chủ đạo* L mà $V \leq L \leq H$. Các bạn hãy giúp Linh nhé.

Dữ liệu vào: Nhập từ file NUMERO.inp:

- Dòng đầu tiên gồm một số nguyên dương P ($1 \leq P \leq 10^5$).
- P dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm hai số nguyên dương V, H ($1 \leq V \leq H \leq 10^{30000}$).
- Dữ liệu đầu vào đảm bảo $H_1 \times H_2 \times \dots \times H_P \leq 10^{3 \times 10^5}$ với H_i là giá trị H trong cặp số may mắn thứ i .

Dữ liệu ra: Ghi ra file `NUMERO.out`:

- Gồm P dòng, dòng thứ i là số lượng *số chủ đạo* nằm giữa cặp số may mắn thứ i . Vì kết quả có thể rất lớn nên chỉ cần in ra phần dư của kết quả sau khi chia cho $10^9 + 7$.

Ràng buộc bổ sung:

- 5% số điểm có $P \leq 100$ và $V = H \leq 10^{100}$.
- 5% số điểm khác có $P \leq 100$ và $V = H \leq 10^{1000}$.
- 10% số điểm khác có $V = H$.
- 10% số điểm khác có $H \leq 10^3$.
- 15% số điểm khác có $H \leq 10^6$.
- 15% số điểm khác có $H \leq 10^{18}$.
- 20% số điểm khác có $H_1 \times H_2 \times \dots \times H_P \leq 10^{5000}$.
- 20% số điểm còn lại không có giới hạn gì thêm.

Ví dụ:

NUMERO.inp	NUMERO.out	Giải thích
1 100 120	17	Các số thoả mãn là: 100, 101, 102, 104, 105, 106, 108, 109, 110, 111, 113, 114, 115, 117, 118, 119, 120.
1 1 99	99	Tất cả các số trong đoạn thoả mãn vì không có số nào có nhiều hơn 2 chữ số.

--- Hết ---

Thí sinh không được sử dụng tài liệu.

Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.