

Đề thi vòng loại TLEOJ Cup 2024 – Ngày thi thứ năm (04/04/2024)

Tổng quan

	Tên bài	Mã nguồn	Dữ liệu vào	Dữ liệu ra
Câu 1	Xoá số	REMOVE.*	REMOVE.inp	REMOVE.out
Câu 2	Xâu hạnh phúc	HAPPY.*	HAPPY.inp	HAPPY.out
Câu 3	Giá trị áp đảo	DOMVAL.*	DOMVAL.inp	DOMVAL.out
Câu 4	Phép toán thao tác bit	BITOPT.*	BITOPT.inp	BITOPT.out

Dấu * trong tên tệp ở cột Mã nguồn có thể được thay bởi phần mở rộng của các ngôn ngữ Pascal (.pas), C++ (.cpp), Python (.py).

Các tệp dữ liệu vào và dữ liệu ra thuộc cùng một thư mục với tệp mã nguồn. Tệp mã nguồn, dữ liệu vào và dữ liệu ra đều là các tệp văn bản.

Thí sinh có thời gian làm bài là **180** phút. Với mỗi câu, thí sinh được nộp không quá **03** lần.

Các giới hạn về thời gian và bộ nhớ của mỗi bài sẽ được đề cập riêng ở từng bài.

Đề thi gồm **05** trang, **04** câu, mỗi câu có giá trị **100** điểm.

Câu 1. Xoá số (100 điểm)

Mã nguồn	Dữ liệu vào	Dữ liệu ra	Thời gian	Bộ nhớ
REMOVE.*	REMOVE.inp	REMOVE.out	1 giây	1024 MB

Có $V + 1$ số từ 0 đến n được cho vào một dãy $a_0, a_1, \dots, a_V$. Thực hiện liên tục các thao tác sau cho đến khi dãy không còn phần tử nào:

- Loại bỏ lần lượt các phần tử có thứ tự chia hết cho H ($a_0, a_H, a_{2H}, a_{3H}, \dots$).
- Đánh số lại các phần tử trong dãy.

Yêu cầu: Cho biết V được loại bỏ ở thao tác thứ bao nhiêu.

Dữ liệu vào: Nhập từ file REMOVE.inp:

- Một dòng duy nhất gồm hai số nguyên dương V, H ($1 \leq H \leq V \leq 10^{12}$).

Dữ liệu ra: Ghi ra file REMOVE.out:

- Một dòng duy nhất là thời điểm bị loại của V . Hiển nhiên rằng sau một số hữu hạn thao tác V chắc chắn sẽ được loại bỏ.

Ràng buộc bổ sung:

- 12% số điểm có $V \leq 1000$.

- 12% số điểm khác có $V \leq 10^5$.
- 24% số điểm khác có $V \leq 10^6$.
- 24% số điểm khác có $H = 2$.
- 28% số điểm còn lại không có giới hạn gì thêm.

Ví dụ:

REMOVE.inp	REMOVE.out	Giải thích
5 3	2	(0, 1, 2, 3, 4, 5) $\rightarrow$ (1, 2, 4, 5)
6 2	1	(0, 1, 2, 3, 4, 5, 6)
6 4	2	(0, 1, 2, 3, 4, 5, 6) $\rightarrow$ (1, 2, 3, 5, 6)

Câu 2. Xâu hạnh phúc (100 điểm)

Mã nguồn	Dữ liệu	Kết quả	Thời gian	Bộ nhớ
HAPPY.*	HAPPY.inp	HAPPY.out	1 giây	1024 MB

Một xâu s được gọi là hạnh phúc nếu như s chứa không quá k loại ký tự khác nhau. Ví dụ, với $k = 2$ thì “aba” là xâu hạnh phúc còn xâu “abc” thì không vì “abc” chứa 3 loại ký tự khác nhau. một xâu x được gọi là xâu con của xâu y khi tồn tại cách chọn một số ký tự từ y (giữ nguyên thứ tự) để tạo được x . Ví dụ, “ab” hay “ac” là các xâu con của “abc”, trong khi “ca” hay “cd” thì không.

Xâu a có thứ tự từ điển nhỏ hơn xâu b khi và chỉ khi tồn tại một vị trí i sao cho:

- $a_j = b_j$ với mọi $1 < j \leq i$.
- Độ dài xâu a đúng bằng i hoặc $a_{i+1} < b_{i+1}$.

Yêu cầu: Cho một xâu V , tìm xâu con dài nhất H của V là xâu hạnh phúc. Nếu tồn tại nhiều xâu như vậy, chọn xâu có thứ tự từ điển nhỏ nhất.

Dữ liệu: Đọc từ tệp văn bản HAPPY.inp:

- Dòng đầu tiên gồm một số nguyên dương k ($1 \leq k \leq 26$).
- Dòng tiếp theo gồm một xâu V chỉ gồm các ký tự latin thường có độ dài không quá 10^5 .

Kết quả: In ra tệp văn bản HAPPY.out:

- Một dòng duy nhất gồm xâu H . Nếu có nhiều xâu H như vậy, in ra xâu có thứ tự từ điển nhỏ nhất.

Ràng buộc bổ sung:

- 20% số điểm có $k = 1$ và độ dài xâu V không vượt quá 3.
- 20% số điểm khác có $k = 1$.
- 20% số điểm khác có độ dài xâu V không vượt quá 20.

- 10% số điểm khác có $k \leq 10$ và xâu V chỉ gồm các ký tự a, b, c, d, e, f, g, h, i, j.
- 20% số điểm khác có $k = 2$.
- 10% số điểm còn lại không có giới hạn gì thêm.

Ví dụ:

HAPPY.inp	HAPPY.out	Giải thích
2 haphuocvu	hhuu	Xâu “hhuu” có 4 ký tự và là xâu con dài nhất có tối đa hai loại ký tự khác nhau.
2 dinhkhanhha	hhahha	Có hai xâu cùng có 6 ký tự và có hai loại ký tự khác nhau là “nhnhhh” và “hhahha” nhưng xâu “hhahha” có thứ tự từ điển nhỏ hơn.
1 dinhthanhha	hhhh	Xâu “hhhh” là xâu con dài nhất chỉ gồm một loại ký tự.

Câu 3. Giá trị áp đảo (100 điểm)

Mã nguồn	Dữ liệu vào	Dữ liệu ra	Thời gian	Bộ nhớ
DOMVAL.*	DOMVAL.inp	DOMVAL.out	1.5 giây	1024 MB

Một giá trị V được gọi là “áp đảo” trong dãy H khi và chỉ khi nhiều hơn một nửa số phần tử trong dãy H là V .

Yêu cầu: Cho một dãy số $A_1, A_2, \dots, A_N$. Đếm số cặp (P, L) sao cho $1 \leq P \leq L \leq N$ và dãy $H = (A_P, A_{P+1}, A_{P+2}, \dots, A_L)$ tồn tại một giá trị áp đảo V .

Dữ liệu vào: Nhập từ file DOMVAL.inp:

- Dòng đầu tiên gồm một số nguyên dương N ($1 \leq N \leq 16 \times 10^4$).
- Dòng tiếp theo gồm N số nguyên dương $A_1, A_2, \dots, A_N$ ($1 \leq A_i \leq 50000$).

Dữ liệu ra: Ghi ra file DOMVAL.out:

- Một dòng duy nhất gồm số cặp (P, L) thỏa mãn điều kiện.

Ràng buộc bổ sung:

- 10% số điểm có $N \leq 500$.
- 10% số điểm có $N \leq 2000$.
- 10% số điểm khác có $N \leq 5000$.
- 10% số điểm khác có $A_1 \leq A_2 \leq \dots \leq A_N$.
- 20% số điểm khác có $A_i \leq 2$.
- 20% số điểm khác có $A_i \leq 50$.
- 10% số điểm khác có $N \leq 5 \times 10^4$.
- 10% số điểm khác không có giới hạn gì thêm.

Ví dụ:

DOMVAL.inp	DOMVAL.out	Giải thích
3 1 2 1	4	Dãy (1, 3) có giá trị áp đảo là 1 vì phần tử 1 xuất hiện 2 lần và $2 > \frac{3}{2} = 1.5$. Tương tự, dãy (1, 1), (2, 2), (3, 3) có các giá trị áp đảo lần lượt là 1, 2, 1.
4 1 1 1 2	9	Tất cả các dãy đều có phần tử áp đảo trừ dãy (3, 4).

Câu 4. Phép toán thao tác bit (100 điểm)

Mã nguồn	Dữ liệu vào	Dữ liệu ra	Thời gian	Bộ nhớ
BITOPT.*	BITOPT.inp	BITOPT.out	1 giây	1024 MB

Hôm nay, Quang vừa được học về các [phép toán thao tác bit](#) (AND, OR, XOR, NOT). Quang ngay lập tức bắt tay vào thực hành các bài tập liên quan đến bit. Nhận ra rằng chỉ sử dụng 4 thao tác như trên thì hơi nhàm chán, Quang quyết định tự định nghĩa ra một phép toán của riêng mình. Phép toán của Quang được ký hiệu như một hàm, $f(a, b)$, thứ tự giữa a và b là quan trọng. Phép toán được thực hiện như sau:

- Đầu tiên, ta viết a và b dưới dạng hệ nhị phân, và thêm các số (bit) 0 ở bên trái các số sao cho cả hai có đúng 30 chữ số. Ví dụ, để tính $f(7, 12)$, ta cần viết $7 = 111_2$, $12 = 1100_2$ rồi thêm các bit 0 vào bên trái hai số để được $0 \dots 0111_2$ và $0 \dots 1100_2$.
- Tiếp theo, ta thực hiện phép toán thao tác bit $g(a, b)$ với bảng chân trị của phép toán g đã được định nghĩa trước cho mỗi cặp bit cùng vị trí. Ví dụ, nếu $g(0, 0) = g(0, 1) = g(1, 0) = 0$, $g(1, 1) = 1$ thì khi thực hiện phép toán $f(7, 12)$ ta sẽ thu được kết quả $0 \dots 0100_2 = 8$.

Sau khi đã định nghĩa được phép toán thao tác bit mới, Quang đã sáng tác một bài tập như sau: Cho dãy $a_1, a_2, \dots, a_n$ và q truy vấn thuộc một trong hai loại sau:

- Loại 1: Thực hiện phép toán thao tác bit XOR cho tất cả các số $a_l, a_{l+1}, \dots, a_r$ cho một giá trị k .
- Loại 2: Tính giá trị $f(f(\dots f(f(x, a_l), a_{l+1}), \dots, a_{r-1}), a_r)$.

Yêu cầu: Các bạn hãy giúp Quang xác định kết quả của các truy vấn loại 2 nhé.

Dữ liệu vào: Nhập từ file BITOPT.inp:

- Dòng đầu tiên gồm hai số nguyên dương n, q , sau đó là bốn ký tự số (0 hoặc 1) lần lượt là $g(0, 0), g(0, 1), g(1, 0), g(1, 1)$ ($2 \leq n, q \leq 10^5, 0 \leq g(i, j) \leq 1$).
- Dòng tiếp theo gồm n số nguyên không âm $a_1, a_2, \dots, a_n$ ($0 \leq a_i < 2^{30}$).
- q dòng tiếp theo, mỗi dòng thuộc một trong hai dạng sau:
 - $1 \ l \ r \ k$: truy vấn loại 1, yêu cầu XOR tất cả các phần tử từ a_l đến a_r cho k ($1 \leq l \leq r \leq n, 0 \leq k < 2^{30}$).

- $2\ l\ r\ x$: truy vấn loại 2, yêu cầu tính giá trị $f(\dots f(f(x, a_l), a_{l+1}), \dots, a_r)$ như trên đề bài ($1 \leq l \leq r \leq n, 0 \leq x < 2^{30}$).

Dữ liệu ra: Ghi ra file `BITOPT.out`:

- Với mỗi truy vấn loại 2, in ra kết quả trên một dòng.

Ràng buộc bổ sung:

- 10% số điểm có $n, q \leq 2000$.
- 10% số điểm khác không có truy vấn loại 1 và f là phép XOR.
- 12% số điểm khác có $l = r$ với mọi truy vấn loại 1 và f là phép XOR.
- 12% số điểm khác có f là phép XOR.
- 12% số điểm khác không có truy vấn loại 1 và f là phép AND hoặc OR.
- 12% số điểm khác không có truy vấn loại 1.
- 12% số điểm khác có $l = r$ với mọi truy vấn loại 1.
- 20% số điểm còn lại không có giới hạn gì thêm.

Ví dụ:

BITOPT.inp	BITOPT.out	Giải thích
3 3 0001 1 2 3 2 2 3 3 1 1 2 1 2 2 3 3	2 3	Trong trường hợp ví dụ này, f là phép AND. Dãy ban đầu $a = (1, 2, 3)$. Trong truy vấn đầu tiên, $f(f(3, 2), 3) = ((3 \& 2) \& 3) = 2$. Sau truy vấn thứ hai: $a = (0, 3, 3)$. Trong truy vấn thứ ba: $f(f(3, 3), 3) = ((3 \& 3) \& 3) = 3$.
5 3 0110 1 1 2 3 4 2 1 2 0 2 2 4 0 2 4 5 0	0 0 7	Trong trường hợp ví dụ này, f là phép XOR.
3 2 1001 1 2 3 2 2 2 1 2 2 3 1	1073741820 0	Trong trường hợp này, f là một phép toán mới. $1 = 0 \dots 001_2, 2 = 0 \dots 010_2, 3 = 0 \dots 011_2$ $f(0 \dots 001_2, 0 \dots 010_2) = 1 \dots 100_2$ $= 2^{30} - 4 = 1073741820$ $f(1 \dots 100_2, 0 \dots 011_2) = 0 \dots 000_2 = 0$

--- Hết ---

Thí sinh không được sử dụng tài liệu.

Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.