

Đề thi vòng loại TLEOJ Cup 2024 – Ngày thi thứ tư (27/04/2024)

Tổng quan

	Tên bài	Mã nguồn	Dữ liệu vào	Dữ liệu ra
Câu 1	Tổng cặp tích	PPS.*	PPS.inp	PPS.out
Câu 2	Lại là tổng cặp tích	PPSQ.*	PPSQ.inp	PPSQ.out
Câu 3	MEX đoạn con	SUBMEX.*	SUBMEX.inp	SUBMEX.out
Câu 4	Thao tác trên cây	TQUERY.*	TQUERY.inp	TQUERY.out

Dấu * trong tên tệp ở cột Mã nguồn có thể được thay bởi phần mở rộng của các ngôn ngữ Pascal (.pas), C++ (.cpp), Python (.py).

Các tệp dữ liệu vào và dữ liệu ra thuộc cùng một thư mục với tệp mã nguồn. Tệp mã nguồn, dữ liệu vào và dữ liệu ra đều là các tệp văn bản.

Thí sinh có thời gian làm bài là **180** phút. Với mỗi câu, thí sinh được nộp không quá **03** lần.

Các giới hạn về thời gian và bộ nhớ của mỗi bài sẽ được đề cập riêng ở từng bài.

Đề thi gồm **06** trang, **04** câu, mỗi câu có giá trị **100** điểm.

Câu 1. Tổng cặp tích (100 điểm).

Mã nguồn	Dữ liệu vào	Dữ liệu ra	Thời gian	Bộ nhớ
PPS.*	PPS.INP	PPS.OUT	1 giây	1024 MB

Cho dãy a và b gồm n phần tử, hãy tìm cặp bộ số $(i_1, i_2, \dots, i_m)$ và $(j_1, j_2, \dots, j_m)$ thỏa mãn:

- $1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_m \leq n; 1 \leq j_1 < j_2 < \dots < j_m \leq n$.
- $S = a_{i_1} \times b_{j_1} + a_{i_2} \times b_{j_2} + \dots + a_{i_m} \times b_{j_m}$ đạt giá trị lớn nhất.

Dữ liệu vào: Nhập từ file PPS.INP:

- Số nguyên dương t ($1 \leq t \leq 5$).
- t dòng tiếp theo, mỗi dòng là có dữ liệu đầu vào như sau:
 - Số nguyên dương n ($1 \leq n \leq 10^3$).
 - Dãy a gồm n phần tử $a_1, a_2, \dots, a_n$ ($1 \leq a_i \leq 10^5$).
 - Dãy b gồm n phần tử $b_1, b_2, \dots, b_n$ ($1 \leq b_i \leq 10^5$).

Dữ liệu ra: Ghi ra file PPS.OUT:

- Với mỗi dòng, hãy in ra kết quả có dạng như sau:
 - In ra m và cặp bộ số $(i_1, i_2, \dots, i_m)$ và $(j_1, j_2, \dots, j_m)$ thỏa mãn.
 - Nếu có nhiều cặp bộ số có cùng S , hãy in ra 1 cái bất kỳ.

Ràng buộc bổ sung:

- 10% số điểm có $a_1 = a_2 = \dots = a_n$.
- 15% số điểm khác có $1 \leq n \leq 10$.
- 20% số điểm khác có $1 \leq n \leq 20$.
- 25% số điểm khác có $1 \leq n \leq 10^2$.
- 30% số điểm còn lại không có giới hạn gì thêm.

Ví dụ:

PPS . INP	PPS . OUT	Giải thích
2	2	- Ở test 1, với cặp bộ số có $m = 2$ là $(1, 3), (2, 3)$ thì $S = 58$ là lớn nhất. - Ở test 2, với cặp bộ số có $m = 1$ là $(1), (2)$ thì $S = 14$ là lớn nhất.
3	1 3	
4 2 5	2 3	
3 7 6	1	
2	1	
2 1	2	
1 7		

Câu 2. Lại là tổng cặp tích (100 điểm).

Mã nguồn	Dữ liệu vào	Dữ liệu ra	Thời gian	Bộ nhớ
PPSQ . *	PPSQ . INP	PPSQ . OUT	1 giây	1024 MB

Cho dãy a gồm n phần tử, có q truy vấn thuộc 1 trong 2 loại sau.

- 1 l r : Tính $\sum_{i=l}^r \sum_{j=i+1}^r a_i \times a_j$.
- 2 l r k : Đặt $a_i = a_i + k$ với mọi $l \leq i \leq r$.

Nhiệm vụ của bạn là với mỗi truy vấn loại 1, hãy in ra kết quả thỏa mãn.

Dữ liệu vào: Nhập từ file PPSQ . INP:

- Số nguyên dương n, q ($1 \leq n, q \leq 10^5$).
- Dãy a gồm n phần tử $a_1, a_2, \dots, a_n$ ($1 \leq a_i \leq 10^9$).
- q dòng tiếp theo, dòng thứ i là truy vấn thứ i có dạng 1 l r hoặc 2 l r k ($1 \leq l \leq r \leq n; 1 \leq k \leq 10^9$).

Dữ liệu ra: Ghi ra file PPSQ . OUT:

- Với mỗi truy vấn loại 1, hãy in ra kết quả sau khi chia lấy dư cho 1234567891.

Ràng buộc bổ sung:

- 8% số điểm có $1 \leq n \leq 10^3$; $q = 1$ và là truy vấn loại 1.
- 8% số điểm khác có $1 \leq n, q \leq 10^2$.
- 10% số điểm khác có $1 \leq n \leq 10^5$; $q = 1$ và là truy vấn loại 1.
- 10% số điểm khác có $1 \leq n, q \leq 10^3$.
- 12% số điểm khác có 1 truy vấn loại 1 trong q truy vấn.
- 16% số điểm khác có tất cả q truy vấn là truy vấn loại 1.
- 16% số điểm khác có các truy vấn loại 2 sẽ có $l = r$.
- 20% số điểm còn lại không có giới hạn gì thêm.

Ví dụ:

PPSQ.INP	PPSQ.OUT	Giải thích
7 4 5 3 1 6 1 2 2 1 2 5 2 1 6 3 2 4 7 8 1 2 5	37 518	- Ở truy vấn 1, ta có $3 \times 1 + 3 \times 6 + 3 \times 1 + 1 \times 6 + 1 \times 6 + 6 \times 1 = 37$. - Sau truy vấn 2, dãy a mới là $[8, 6, 4, 9, 4, 5, 2]$. - Sau truy vấn 3, dãy a mới là $[8, 6, 4, 17, 12, 13, 10]$. - Ở truy vấn 4, ta có $6 \times 4 + 6 \times 17 + 6 \times 12 + 4 \times 17 + 4 \times 12 + 17 \times 12 = 518$.

Câu 3. MEX đoạn con (100 điểm).

Mã nguồn	Dữ liệu vào	Dữ liệu ra	Thời gian	Bộ nhớ
SUBMEX.*	SUBMEX.inp	SUBMEX.out	1 giây	1024 MB

MEX của một dãy số nguyên không âm là số nguyên không âm nhỏ nhất không xuất hiện trong dãy đó. Ví dụ $MEX(1, 2, 3) = 0$, $MEX(0, 2, 4) = 1$.

Một đoạn con của một dãy a là một đoạn các phần tử liên tiếp của a .

Bạn được cho một dãy số $a_1, a_2, \dots, a_n$. Gọi dãy b là dãy gồm MEX của tất cả các đoạn con của dãy a .

Yêu cầu: Tìm MEX của một dãy b như trên.

Dữ liệu vào: Nhập từ file SUBMEX.inp:

- Dòng đầu tiên gồm số nguyên dương ($n \leq 10^5$): số phần tử của dãy a .
- Dòng tiếp theo gồm n số nguyên không âm $a_1, a_2, \dots, a_n$ ($a_i \leq 10^9$).

Dữ liệu ra: Ghi ra file SUBMEX.out:

- Một dòng duy nhất gồm kết quả bài toán.

Ràng buộc bổ sung:

- 8% số điểm có $a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_n$.
- 12% số điểm khác có $n \leq 300$.
- 16% số điểm khác có $n \leq 500$.
- 20% số điểm khác có $n \leq 2000$.
- 20% số điểm khác có $n \leq 5000$.
- 24% số điểm còn lại không có giới hạn gì thêm.

Ví dụ:

SUBMEX.inp	SUBMEX.out	Giải thích
3 1 0 2	4	Ví dụ, xét dãy $a = (1, 0, 2)$, ta có dãy b được tạo thành như sau: 1. $MEX(1) = 0$ 2. $MEX(0) = 1$ 3. $MEX(2) = 0$ 4. $MEX(1, 0) = 2$ 5. $MEX(0, 2) = 1$ 6. $MEX(1, 0, 2) = 3$ Vậy $b = (0, 1, 0, 2, 1, 3)$ và $MEX(b) = 4$.
4 0 2 1 2	2	Ta có dãy $b = (1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 3, 0, 3)$ do đó $MEX(b) = 2$.
4 0 1 2 5	4	Ta có dãy $b = (1, 0, 0, 0, 2, 0, 0, 3, 0, 3)$ do đó $MEX(b) = 4$.

Câu 4. Thao tác trên cây (100 điểm).

Mã nguồn	Dữ liệu vào	Dữ liệu ra	Thời gian	Bộ nhớ
TQUERY.*	TQUERY.inp	TQUERY.out	1 giây	1024 MB

Cho một cây gồm n đỉnh, các đỉnh được đánh số từ 1 đến n . Mỗi đỉnh trong cây có hai trạng thái: bật hoặc tắt. Ban đầu, tất cả các đỉnh trong cây đều ở trạng thái tắt.

Bạn phải thực hiện q truy vấn trên cây, mỗi truy vấn thuộc hai loại:

- Loại 1: Với mọi đỉnh trên đường đi đơn từ u đến v , chuyển trạng thái từ đỉnh đó từ bật thành tắt, từ tắt thành bật.
- Loại 2: Đếm số đỉnh có trạng thái bật trên đường đi đơn từ u đến v , sau đó chuyển trạng thái tất cả các đỉnh đó về trạng thái tắt.

Yêu cầu: Với mỗi truy vấn loại 2, in ra số đỉnh có trạng thái bật cần tìm.

Dữ liệu vào: Nhập từ file TQUERY.inp:

- Dòng đầu tiên chứa hai số nguyên dương n và q ($1 \leq n, q \leq 10^5$).

- $n - 1$ dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa hai số nguyên dương u và v ($1 \leq u, v \leq n$) thể hiện có cạnh nối giữa hai đỉnh đánh số u và v trong cây.
- q dòng tiếp theo, mỗi dòng thuộc một trong hai dạng sau:
 - 1 u v : truy vấn loại 1, yêu cầu chuyển trạng thái tất cả các đỉnh trên đường đi đơn từ đỉnh được đánh số u đến đỉnh được đánh số v .
 - 2 u v : truy vấn loại 2, yêu cầu đếm số đỉnh có trạng thái bật trên đường đi đơn từ đỉnh được đánh số u đến đỉnh được đánh số v , sau đó chuyển chúng về trạng thái tắt.

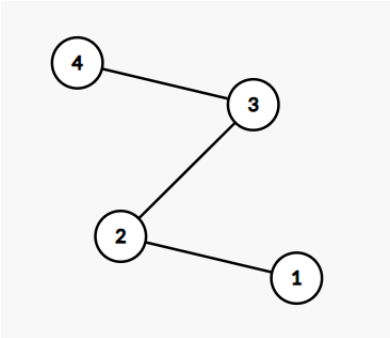
Dữ liệu ra: Ghi ra file `TQUERY.out`:

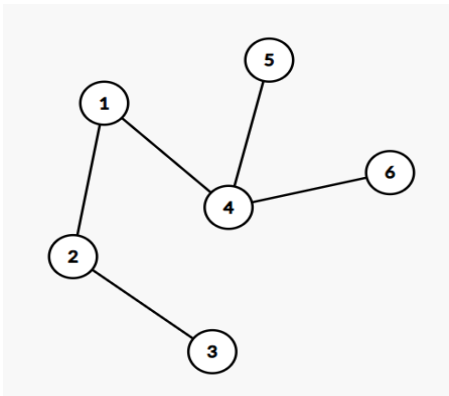
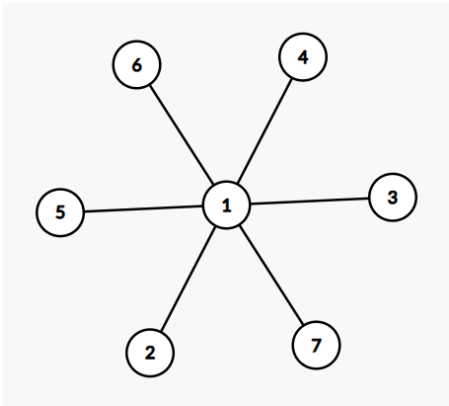
- Với mỗi truy vấn loại 2, in ra kết quả trên một dòng.

Ràng buộc bổ sung:

- 10% số điểm có $u = v$ với mọi truy vấn.
- 20% số điểm có $n, q \leq 1000$.
- 15% số điểm khác chỉ có một truy vấn loại 2.
- 15% số điểm khác có truy vấn loại 1 xảy ra trước truy vấn loại 2.
- 20% số điểm khác có đỉnh đánh số i nối với đỉnh đánh số $i + 1$ với mọi $i < n$.
- 20% số điểm còn lại không có giới hạn gì thêm.

Ví dụ:

TQUERY.inp	TQUERY.out	Giải thích
4 5 1 2 2 3 3 4 2 1 3 1 3 4 1 2 3 2 1 3 2 4 4	0 1 1	Cây đã cho có dạng:  <pre> graph TD 4 --- 3 3 --- 2 2 --- 1 </pre> - Ở truy vấn đầu tiên, do tất cả các đỉnh đang ở trạng thái tắt nên kết quả là 0, truy vấn này không làm thay đổi cây. - Ở truy vấn thứ 2, đỉnh 3 và 4 được chuyển thành trạng thái bật. - Ở truy vấn thứ 3, đỉnh 2 được chuyển thành trạng thái bật, đỉnh 3 được chuyển về trạng thái tắt. - Ở truy vấn thứ 4, có 1 đỉnh duy nhất có trạng thái bật trong đường đi từ đỉnh 1 đến đỉnh 3 là đỉnh 2. Đỉnh này sau đó được chuyển về trạng thái tắt.

6 7 1 2 2 3 1 4 4 5 4 6 1 4 5 1 6 1 2 4 4 2 3 4 1 2 4 2 3 6 2 5 5	0 1 4 1	Cây đã cho có dạng: 
7 10 1 3 1 2 1 5 1 4 1 6 1 7 1 1 1 1 4 4 2 6 6 2 4 4 1 6 7 1 5 3 1 4 2 2 1 5 2 3 4 2 2 7	0 1 1 2 2	Cây đã cho có dạng hình sao như hình 

--- Hết ---

*Thí sinh không được sử dụng tài liệu.
Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.*