

Đề thi vòng loại TLEOJ Cup 2024 – Ngày thi thứ sáu (17/05/2024)

Tổng quan

	Tên bài	Mã nguồn	Dữ liệu vào	Dữ liệu ra
Câu 1	Bảng nhân	MULTAB.*	MULTAB.inp	MULTAB.out
Câu 2	Truy vấn đồng xu	COINQ.*	COINQ.inp	COINQ.out
Câu 3	Cặp số đẹp	BPAIRS.*	BPAIRS.inp	BPAIRS.out
Câu 4	Dãy tăng dài nhất	LISXOR.*	LISXOR.inp	LISXOR.out

Dấu * trong tên tệp ở cột Mã nguồn có thể được thay bởi phần mở rộng của các ngôn ngữ Pascal (.pas), C++ (.cpp), Python (.py).

Các tệp dữ liệu vào và dữ liệu ra thuộc cùng một thư mục với tệp mã nguồn. Tệp mã nguồn, dữ liệu vào và dữ liệu ra đều là các tệp văn bản.

Thí sinh có thời gian làm bài là **180** phút. Với mỗi câu, thí sinh được nộp không quá **03** lần.

Các giới hạn về thời gian và bộ nhớ của mỗi bài sẽ được đề cập riêng ở từng bài.

Đề thi gồm **05** trang, **04** câu, mỗi câu có giá trị **100** điểm.

Câu 1. Bảng nhân (100 điểm)

Mã nguồn	Dữ liệu vào	Dữ liệu ra	Thời gian	Bộ nhớ
MULTAB.*	MULTAB.inp	MULTAB.out	1 giây	1024 MB

Xét một bảng kích thước $N \times M$, bao gồm N hàng đánh số từ 1 đến N từ trên xuống dưới và M cột đánh số từ 1 đến M từ trái sang phải. Ô ở hàng i cột j được ghi số $i \times j$.

Yêu cầu: Tìm số nhỏ thứ K trong bảng.

Dữ liệu vào: Nhập từ file MULTAB.inp:

- Một dòng duy nhất gồm ba số nguyên dương N, M, K ($1 \leq N, M \leq 10^9, 1 \leq K \leq \min(N \times M, 10^{12})$).

Dữ liệu ra: Ghi ra file MULTAB.out:

- Một dòng duy nhất gồm kết quả bài toán.

Ràng buộc bổ sung:

- 12% số điểm có $K = 1$.
- 16% số điểm khác có $N, M \leq 1000$.
- 16% số điểm khác có $N, M \leq 10^4$.
- 16% số điểm khác có $K \leq 10^5$.

- 20% số điểm khác có $N, M \leq 10^6$.
- 20% số điểm còn lại không có giới hạn gì thêm.

Ví dụ:

MULTAB.inp	MULTAB.out	Giải thích																									
3 3 5	3	Bảng nhân có dạng như sau: <table><tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>2</td><td>4</td><td>6</td></tr><tr><td>3</td><td>6</td><td>9</td></tr></table> Sau khi sắp xếp các số trong bảng lại ta được dãy (1, 2, 2, 3, 3, 4, 6, 6, 9). Số nhỏ thứ năm trong dãy là 3.	1	2	3	2	4	6	3	6	9																
1	2	3																									
2	4	6																									
3	6	9																									
5 5 10	5	Bảng nhân có dạng như sau: <table><tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr><tr><td>2</td><td>4</td><td>6</td><td>8</td><td>10</td></tr><tr><td>3</td><td>6</td><td>9</td><td>12</td><td>15</td></tr><tr><td>4</td><td>8</td><td>12</td><td>16</td><td>20</td></tr><tr><td>5</td><td>10</td><td>15</td><td>20</td><td>25</td></tr></table>	1	2	3	4	5	2	4	6	8	10	3	6	9	12	15	4	8	12	16	20	5	10	15	20	25
1	2	3	4	5																							
2	4	6	8	10																							
3	6	9	12	15																							
4	8	12	16	20																							
5	10	15	20	25																							

Câu 2. Truy vấn đồng xu (100 điểm)

Mã nguồn	Dữ liệu	Kết quả	Thời gian	Bộ nhớ
COINQ.*	COINQ.inp	COINQ.out	1,5 giây	1024 MB

Trên một bảng hình chữ nhật có kích thước $N \times M$ đặt P đồng xu đánh số từ 1 đến P . Đồng xu mang số hiệu i sẽ được đặt ở ô (x_i, y_i) .

Yêu cầu: Cho Q truy vấn, với mỗi truy vấn yêu cầu xác định trong các đồng xu mang số hiệu từ l đến r , số lượng đồng xu lớn nhất trên cùng một hàng, cột hoặc đường chéo là bao nhiêu.

Dữ liệu: Đọc từ tệp văn bản COINQ.inp:

- Dòng đầu tiên gồm bốn số nguyên dương N, M, P, Q ($1 \leq N, M, P, Q \leq 10^5$).
- P dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm hai số nguyên dương x_i, y_i ($1 \leq x_i \leq N, 1 \leq y_i \leq M$).
- Q dòng cuối cùng, mỗi dòng gồm hai số nguyên dương L, R ($1 \leq L \leq R \leq P$).

Kết quả: In ra tệp văn bản COINQ.out:

- Với mỗi truy vấn, in ra kết quả của truy vấn đó trên một dòng.

Ràng buộc bổ sung:

- 20% số điểm có $N, M, P, Q \leq 100$.
- 10% số điểm khác có $N = 1$ hoặc $M = 1$.

- 10% số điểm khác có $N = 2$ hoặc $M = 2$.
- 20% số điểm khác có $Q = 1$.
- 20% số điểm khác có $N \times M \leq 10^6$.
- 20% số điểm còn lại không có giới hạn gì thêm.

Ví dụ:

COINQ.inp	COINQ.out	Giải thích																																				
6 6 6 2 1 1 3 2 5 3 4 1 2 3 1 4 1 6 3 5	4 2	Bảng hình chữ nhật có dạng như sau (những ô màu vàng là những ô có đồng xu và số ghi trên ô là số hiệu của đồng xu ở ô đó). <table><tr><td>1</td><td></td><td></td><td>4</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>2</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td>5</td><td></td><td></td><td>3</td><td></td></tr><tr><td>6</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table> Ở truy vấn đầu tiên, ta thấy có 4 đồng xu 2, 4, 5, 6 ở trên cùng đường chéo. Ở truy vấn thứ hai, ta thấy có 2 đồng xu 3, 5 ở trên cùng hàng ngang.	1			4					2					5			3		6																	
1			4																																			
		2																																				
	5			3																																		
6																																						
3 3 4 2 1 1 1 2 1 3 3 1 1 3 4 4	3 1	Bảng hình chữ nhật có dạng như sau: <table><tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>4</td><td></td><td></td></tr></table>	1	2	3				4																													
1	2	3																																				
4																																						

Câu 3. Cặp số đẹp (100 điểm)

Mã nguồn	Dữ liệu vào	Dữ liệu ra	Thời gian	Bộ nhớ
BPAIRS.*	BPAIRS.inp	BPAIRS.out	1 giây	1024 MB

Một cặp số nguyên dương (x, y) ($1 < x < y$) được gọi là **cặp số đẹp** khi và chỉ khi x và y có chung tập ước nguyên tố. Nói cách khác, cặp số (x, y) được gọi là đẹp khi và chỉ khi các điều kiện sau đồng thời thỏa mãn:

- x, y là các số nguyên dương lớn hơn 1; $x < y$
- Với mọi số nguyên tố p thỏa mãn p là ước của x thì p cũng là ước của y
- Với mọi số nguyên tố p thỏa mãn p là ước của y thì p cũng là ước của x

Ví dụ, $(24, 36)$ là **cặp số đẹp** vì 24 và 36 có chung tập ước nguyên tố là $\{2,3\}$, nhưng $(11, 12)$ không phải là cặp số đẹp vì 11 có tập ước nguyên tố là $\{11\}$, còn 12 có tập ước nguyên tố là $\{2,3\}$

Yêu cầu: Cho trước hai số nguyên dương L, R , hãy đếm số *cặp số đẹp* (x, y) thỏa mãn:

$$L \leq x < y \leq R$$

Dữ liệu vào: Nhập từ file BPAIRS.inp:

- Dòng đầu tiên và duy nhất chứa hai số nguyên dương L, R
($2 \leq L < R \leq 10^9$; $R - L \leq 10^6$)

Dữ liệu ra: Ghi ra file BPAIRS.out:

- Dòng đầu tiên chứa một số nguyên không âm duy nhất là số *cặp số đẹp* thỏa mãn điều kiện.

Ràng buộc:

- 15% số điểm có $R \leq 50$
- 15% số điểm có $R \leq 1000$
- 15% số điểm có $R - L \leq 5000$
- 15% số điểm có $R \leq 10^6$
- 20% số điểm có $R \leq 2 \times 10^5$
- 20% số điểm còn lại không có ràng buộc gì thêm.

Ví dụ:

BPAIRS.inp	BPAIRS.out	Giải thích
11 12	0	Cặp (x, y) thỏa mãn $L \leq x < y < R$ duy nhất là $(11, 12)$, tuy nhiên đây không phải <i>cặp số đẹp</i> .
4 8	1	<i>Cặp số đẹp</i> duy nhất thỏa mãn là $(4, 8)$.
2 9	4	Các <i>cặp số đẹp</i> thỏa mãn là $(2, 4); (2, 8); (3, 9); (4, 8)$.

Câu 4. Dãy tăng dài nhất (100 điểm)

Mã nguồn	Dữ liệu vào	Dữ liệu ra	Thời gian	Bộ nhớ
LISXOR.*	LISXOR.inp	LISXOR.out	1 giây	1024 MB

Cho một dãy $a_1, a_2, \dots, a_n$. Bạn có thể thực hiện một số thao tác sau (có thể không thực hiện thao tác nào): đặt $a_i = a_i \oplus a_{i-1}$ với $\oplus$ là phép toán thao tác bit XOR.

Gọi $f(a)$ là độ dài dãy con tăng dài nhất của dãy a .

Yêu cầu: Tìm giá trị $f(a)$ lớn nhất có thể với mọi cách thực hiện thao tác.

Dữ liệu vào: Nhập từ file LISXOR.inp:

- Dòng đầu tiên gồm một số nguyên dương n ($1 \leq n \leq 10^5$).
- Dòng tiếp theo gồm n số nguyên không âm $a_1, a_2, \dots, a_n$ ($0 \leq a_i < 2^{60}$).

Dữ liệu ra: Ghi ra file LISXOR.out:

- Một dòng duy nhất gồm giá trị $f(a)$ lớn nhất tìm được.

Ràng buộc bổ sung:

- 10% số điểm có $a_i \leq 1$.
- 10% số điểm có $n = 2$.
- 10% số điểm khác có $n = 3$.
- 20% số điểm khác có $n \leq 5$.
- 20% số điểm khác có $n \leq 1000$.
- 30% số điểm còn lại không có giới hạn gì thêm.

Ví dụ:

LISXOR.inp	LISXOR.out	Giải thích
4 2 1 3 2	3	Đầu tiên, đặt $a_3 = a_3 \oplus a_2$. Dãy trở thành [2, 1, 2, 2]. Tiếp theo đặt $a_4 = a_4 \oplus a_3; a_3 = a_3 \oplus a_2$. Dãy trở thành [2, 1, 3, 0]. Đặt $a_4 = a_4 \oplus a_3; a_3 = a_3 \oplus a_2$. Dãy trở thành [2, 1, 2, 3]. Độ dài dãy con tăng dài nhất là 3.
9 6 12 15 25 5 21 11 8 1	9	

--- Hết ---

Thí sinh không được sử dụng tài liệu.

Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.