

Đề thi vòng loại TLEOJ Cup 2024 – Ngày thi thứ bảy (18/05/2024)

Tổng quan

	Tên bài	Mã nguồn	Dữ liệu vào	Dữ liệu ra
Câu 1	Bộ ba hoàn hảo	PERFECT.*	PERFECT.inp	PERFECT.out
Câu 2	Ghép dây số	MERGE.*	MERGE.inp	MERGE.out
Câu 3	Một và hai	ONEANDTWO.*	ONEANDTWO.inp	ONEANDTWO.out
Câu 4	Alchemy	ALCHEMY.*	ALCHEMY.inp	ALCHEMY.out

Dấu * trong tên tệp ở cột Mã nguồn có thể được thay bởi phần mở rộng của các ngôn ngữ Pascal (.pas), C++ (.cpp), Python (.py).

Các tệp dữ liệu vào và dữ liệu ra thuộc cùng một thư mục với tệp mã nguồn. Tệp mã nguồn, dữ liệu vào và dữ liệu ra đều là các tệp văn bản.

Thí sinh có thời gian làm bài là **180** phút. Với mỗi câu, thí sinh được nộp không quá **03** lần.

Các giới hạn về thời gian và bộ nhớ của mỗi bài sẽ được đề cập riêng ở từng bài.

Đề thi gồm **07** trang, **04** câu, mỗi câu có giá trị **100** điểm.

Câu 1. Bộ ba hoàn hảo (100 điểm)

Mã nguồn	Dữ liệu vào	Dữ liệu ra	Thời gian	Bộ nhớ
PERFECT.*	PERFECT.inp	PERFECT.out	1 giây	1024 MB

Với bộ ba số nguyên dương (a, b, c) bất kỳ, ta có hàm $f(a, b, c)$ được định nghĩa như sau:

- $f(a, b, c)$ là số thao tác tối thiểu cần thực hiện để làm cho ba số a, b, c bằng nhau chỉ bằng cách thực hiện một trong ba loại thao tác sau:
 - Chọn một số nguyên dương k bất kỳ, sau đó đặt $a = a \oplus k, b = b \oplus k$.
 - Chọn một số nguyên dương k bất kỳ, sau đó đặt $a = a \oplus k, c = c \oplus k$.
 - Chọn một số nguyên dương k bất kỳ, sau đó đặt $b = b \oplus k, c = c \oplus k$.
- Trong trường hợp không tồn tại phương án thỏa mãn thì $f(a, b, c) = 69420$.

Bạn được cho năm số nguyên không âm x, y, z, m, k . Xét mọi bộ số nguyên dương (a, b, c) thỏa mãn $1 \leq a \leq x, 1 \leq b \leq y, 1 \leq c \leq z$, nhiệm vụ của bạn là tính tổng các giá trị $(f(a, b, c) + m)^k$. Hay nói cách khác, hãy tính:

$$\sum_{a=1}^x \sum_{b=1}^y \sum_{c=1}^z (f(a, b, c) + m)^k$$

Vì kết quả có thể rất lớn nên hãy xuất kết quả sau khi chia lấy dư cho 998244353.

Dữ liệu vào: Nhập từ file `PERFECT.inp`:

- Dòng đầu tiên gồm duy nhất một số nguyên dương t là số bộ dữ liệu cần xử lý ($1 \leq t \leq 5 \times 10^5$).
- Sau đó là t dòng, mỗi dòng gồm năm số nguyên không âm x, y, z, m, k mô tả một bộ dữ liệu ($1 \leq x, y, z \leq 10^{18}, 0 \leq m, k \leq 10^{18}$).

Dữ liệu ra: Ghi ra file `PERFECT.out`:

- Với mỗi bộ dữ liệu, in ra duy nhất một giá trị là kết quả của bộ dữ liệu đó trên một dòng sau khi chia lấy dư cho 998244353.

Ràng buộc bổ sung:

- 10% số điểm có $k = 0$.
- 10% số điểm có $x = y = 1$.
- 10% số điểm có $t \leq 10; x, y, z \leq 8$.
- 10% số điểm có $t \leq 10; x, y, z \leq 15$.
- 10% số điểm có $t \leq 10; x, y, z \leq 69$.
- 10% số điểm có $t \leq 10; x, y, z \leq 240$.
- 40% số điểm còn lại không có giới hạn gì thêm.

Ví dụ:

PERFECT.inp	PERFECT.out	Giải thích
3 1 1 1 6 9 2 1 3 4 2 99 82 44 35 3	10077696 152 78380110	Trong testcase thứ nhất, ta có $f(1,1,1) = 0$ do ba số đã bằng nhau, không cần thực hiện thao tác nên kết quả bằng $(0 + 6)^9 = 10077696$. Trong testcase thứ hai, ta có: - $f(1,1,1) = 0$ - $f(2,1,1) = 1$ - $f(1,1,2) = 1$ - $f(2,1,2) = 1$ - $f(1,1,3) = 1$ - $f(2,1,3) = 2$ Kết quả cho testcase thứ hai bằng $(0 + 4)^2 + (1 + 4)^2 \times 4 + (2 + 4)^2 = 16 + 25 \times 4 + 36 = 152$.

Câu 2. Ghép dãy số (100 điểm)

Mã nguồn	Dữ liệu vào	Dữ liệu ra	Thời gian	Bộ nhớ
MERGE.*	MERGE.inp	MERGE.out	1 giây	1024 MB

Một cách ghép hai dãy số a và b được cho là thỏa mãn khi:

- Gọi dãy số mới tạo được là dãy số c .
- Dãy số c có $|a| + |b|$ phần tử ($|a|$ là độ dài của dãy số a).
- Dãy số c được tạo bởi các phần tử trong dãy số a và b .
- Thứ tự xuất hiện các phần tử của dãy số a và b trong dãy số c không đổi.

VD: Với dãy số $a = \{3, 2, 1\}$ và $b = \{1, 4, 2\}$ thì một số cách ghép thỏa mãn là: $\{3, 2, 1, 1, 4, 2\}, \{3, 2, 1, 1, 4, 2\}, \{1, 3, 4, 2, 2, 1\}$.

Gọi $uni(A)$ là dãy số bao gồm tất cả phần tử khác nhau xuất hiện trong dãy số A , được tạo bằng cách loại bỏ tất cả phần tử trùng lặp và chỉ giữ lại các phần tử xuất hiện đầu tiên trong dãy số A .

VD: $uni(\{1, 2, 3\}) = \{1, 2, 3\}, uni(\{1, 2, 2, 1\}) = \{1, 2\}, uni(\{2, 1, 1, 2\}) = \{2, 1\},$
 $uni(\{9, 9, 8, 2, 4, 4, 3, 5, 3\}) = \{9, 8, 2, 4, 3, 5\}.$

Bạn được cho hai dãy số nguyên dương a và b . Xét mọi cách ghép hai dãy số a và b tạo thành dãy số c thỏa mãn, nhiệm vụ của bạn là đếm số lượng dãy số $uni(c)$ khác nhau có thể tạo được. Vì kết quả có thể rất lớn nên hãy xuất kết quả sau khi $mod\ 1234567890$.

Hai dãy số a và b được cho là khác nhau khi thỏa mãn một trong hai điều kiện sau:

- $|a| \neq |b|$.
- $|a| = |b|$ và tồn tại một giá trị i ($1 \leq i \leq |a|$) sao cho $a_i \neq b_i$.

Dữ liệu vào: Nhập từ file `MERGE.inp`:

- Dòng đầu tiên gồm hai số nguyên dương n, m là độ dài của hai dãy số a và b ($1 \leq n, m \leq 10^4$).
- Dòng thứ hai gồm n số nguyên dương $a_1, a_2, \dots, a_n$ tương đương với các phần tử trong dãy số a ($1 \leq a_i \leq 10^9$).
- Dòng thứ ba gồm m số nguyên dương $b_1, b_2, \dots, b_m$ tương đương với các phần tử trong dãy số b ($1 \leq b_j \leq 10^9$).

Dữ liệu ra: Ghi ra file `MERGE.out`:

- In ra duy nhất 1 giá trị là kết quả của bài toán sau khi $mod\ 1234567890$.

Ràng buộc bổ sung:

- 10% số điểm có $n, m \leq 7$.
- 10% số điểm có $n, m \leq 12$.
- 10% số điểm có $n = 1$ hoặc $m = 1$.
- 10% số điểm có $n = 2$ hoặc $m = 2$.
- 20% số điểm có các phần tử trong dãy $\{a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_m\}$ đều đôi một phân biệt.

- 20% số điểm có $n, m \leq 2024$.
- 20% số điểm còn lại không có giới hạn gì thêm.

Ví dụ:

MERGE.inp	MERGE.out	Giải thích
3 2 1 2 3 3 1	3	Xét các cách tạo dãy số c , ta có: - $c = \{1, 2, 3, 3, 1\} \rightarrow uni(c) = \{1, 2, 3\}$. - $c = \{1, 2, 3, 1, 3\} \rightarrow uni(c) = \{1, 2, 3\}$. - $c = \{1, 2, 3, 3, 1\} \rightarrow uni(c) = \{1, 2, 3\}$. - $c = \{1, 3, 1, 2, 3\} \rightarrow uni(c) = \{1, 3, 2\}$. - $c = \{1, 3, 2, 1, 3\} \rightarrow uni(c) = \{1, 3, 2\}$. - $c = \{1, 3, 2, 3, 1\} \rightarrow uni(c) = \{1, 3, 2\}$. - $c = \{3, 1, 1, 2, 3\} \rightarrow uni(c) = \{3, 1, 2\}$. - $c = \{3, 1, 1, 2, 3\} \rightarrow uni(c) = \{3, 1, 2\}$. - $c = \{3, 1, 2, 1, 3\} \rightarrow uni(c) = \{3, 1, 2\}$. - $c = \{3, 1, 2, 3, 1\} \rightarrow uni(c) = \{3, 1, 2\}$. Trong tất cả cách trên, dễ dàng nhận thấy chỉ có 3 dãy $uni(c)$ khác nhau là $\{1, 2, 3\}, \{1, 3, 2\}, \{3, 1, 2\}$.
5 4 1 2 3 4 5 5 4 2 1	12	Các dãy $uni(c)$ khác nhau có thể tạo được là: $\{1, 2, 3, 4, 5\}, \{1, 2, 3, 5, 4\}, \{1, 2, 5, 3, 4\}, \{1, 2, 5, 4, 3\}, \{1, 5, 2, 3, 4\}, \{1, 5, 2, 4, 3\}, \{1, 5, 4, 2, 3\}, \{5, 1, 2, 3, 4\}, \{5, 1, 2, 4, 3\}, \{5, 1, 4, 2, 3\}, \{5, 4, 1, 2, 3\}$ và $\{5, 4, 2, 1, 3\}$.

Câu 3. Một và hai (100 điểm)

Mã nguồn	Dữ liệu vào	Dữ liệu ra	Thời gian	Bộ nhớ
ONEANDTWO.*	ONEANDTWO.inp	ONEANDTWO.out	1 giây	1024 MB

Bạn được cho một dãy số a gồm n phần tử. Bạn cần phải thực hiện q truy vấn thuộc một trong hai dạng như sau:

- $1\ l\ r\ v\ (1 \leq l \leq r \leq n, |v| \leq 10^9)$: Tăng tất cả phần tử trong đoạn $[l, r]$ lên v đơn vị, tức là với mọi giá trị i thỏa mãn $l \leq i \leq r$, cập nhật $a_i := a_i + v$.
- $2\ l\ r\ k\ (1 \leq l \leq r \leq n, 1 \leq k \leq 3, r - l > k)$: Xét dãy số $b = \{a_l, a_{l+1}, \dots, a_r\}$, gọi $v = \max(b) - \text{mas}(b)$ (trong đó $\max(b)$ là phần tử lớn nhất trong dãy b , $\text{mas}(b)$ là phần tử lớn thứ nhì trong dãy b). Nhiệm vụ của bạn là đếm số cách chọn bộ k số $p_1, p_2, \dots, p_k\ (1 \leq p_1 < p_2 < \dots < p_k \leq r - l + 1)$ sao cho khi loại bỏ tất cả phần tử $b_{p_1}, b_{p_2}, \dots, b_{p_k}$ trong dãy số b thì $\max(b) - \text{mas}(b) = v$.

Dữ liệu vào: Nhập từ file ONEANDTWO.inp:

- Dòng đầu tiên gồm hai số nguyên dương n, q là độ dài của dãy số a và số truy vấn ($1 \leq n, q \leq 5 \times 10^5$).
- Dòng tiếp theo gồm n số nguyên $a_1, a_2, \dots, a_n$ mô tả dãy số a ($|a_i| \leq 10^9$).
- Cuối cùng là q dòng, mỗi dòng chứa một trong hai truy vấn được miêu tả ở trên. Dữ liệu đảm bảo có ít nhất một truy vấn loại 2.

Dữ liệu ra: Ghi ra file ONEANDTWO.out:

- Với mỗi truy vấn loại 2, in ra duy nhất một số là kết quả của truy vấn đó trên một dòng.

Ràng buộc bổ sung:

- 10% số điểm có $n, q \leq 2024$.
- 10% số điểm có $n, q \leq 5000$.
- 15% số điểm có $n, q \leq 3 \times 10^4$ và không có truy vấn loại 1.
- 10% số điểm có $n, q \leq 15 \times 10^4$ và không có truy vấn loại 1.
- 15% số điểm không có truy vấn loại 1.
- 10% số điểm có $l = r$ với mọi truy vấn loại 1.
- 15% số điểm có $k = 1$.
- 15% số điểm còn lại không có giới hạn gì thêm.

Ví dụ:

ONEANDTWO.inp	ONEANDTWO.out	Giải thích
6 7	1	Trong truy vấn thứ nhất, $b = \{2,0,2\}$. Ta có $v = 2 - 2 = 0$.
6 9 4 2 0 2	3	
2 4 6 1	4	Dãy p duy nhất thỏa mãn là $\{2\}$. Với cách chọn dãy đó, sau khi xóa, $b = \{2,2\}$.
2 2 6 2	5	Phương án trên thỏa mãn do $\max(b) - \min(b) = 2 - 2 = 0 = v$.
2 1 6 3	9	Trong truy vấn thứ hai, $b = \{9,4,2,0,2\}$. Có 3 cách chọn thỏa mãn là $\{3,4\}, \{3,5\}, \{4,5\}$.
1 5 6 11	8	Trong truy vấn thứ ba, có 4 cách chọn là $\{3,4,5\}, \{3,4,6\}, \{3,5,6\}, \{4,5,6\}$.
2 1 6 1		Sau truy vấn thứ tư, $a = \{6,9,4,2,11,13\}$.
2 1 6 2		Trong truy vấn thứ năm, có 5 cách chọn là $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{6\}$.
2 1 6 3		Trong truy vấn thứ sáu, có 9 cách chọn là $\{1,2\}, \{1,3\}, \{1,4\}, \{1,6\}, \{2,3\}, \{2,4\}, \{3,4\}, \{3,6\}, \{4,6\}$.
		Trong truy vấn thứ bảy, có 8 cách chọn là $\{1,2,3\}, \{1,2,4\}, \{1,3,4\}, \{1,3,6\}, \{1,4,6\}, \{2,3,4\}, \{2,5,6\}, \{3,4,6\}$.

Câu 4. Alchemy (100 điểm)

Mã nguồn	Dữ liệu vào	Dữ liệu ra	Thời gian	Bộ nhớ
ALCHEMY.*	ALCHEMY.inp	ALCHEMY.out	2 giây	1024 MB

huyhau6a2 có một ma trận $n \times m$ và một biến x ban đầu có giá trị bằng 1. Ban đầu ma trận chưa có ô nào được tô màu. huyhau6a2 sẽ thực hiện thao tác k lần thuộc một trong bốn loại như sau:

- $L\ r$ ($1 \leq r \leq n$): Với mọi i từ 1 đến m , nếu ô (r, i) chưa được tô màu, thực hiện tô màu x trong ô (r, i) và tăng x lên 1 đơn vị ($x := x + 1$).
- $R\ r$ ($1 \leq r \leq n$): Với mọi i từ m về 1, nếu ô (r, i) chưa được tô màu, thực hiện tô màu x trong ô (r, i) và tăng x lên 1 đơn vị.
- $U\ c$ ($1 \leq c \leq m$): Với mọi i từ 1 đến n , nếu ô (i, c) chưa được tô màu, thực hiện tô màu x trong ô (i, c) và tăng x lên 1 đơn vị ($x := x + 1$).
- $D\ c$ ($1 \leq c \leq m$): Với mọi i từ n về 1, nếu ô (i, c) chưa được tô màu, thực hiện tô màu x trong ô (i, c) và tăng x lên 1 đơn vị.

Sau khi thực hiện k thao tác, huyhau6a2 sẽ cho bạn q câu hỏi, mỗi câu hỏi thuộc một trong hai loại như sau:

- $1\ v$ ($1 \leq v \leq 10^{18}$): Tìm ô được tô màu v trong ma trận sau khi đã tô màu (rõ ràng chỉ có tối đa 1 ô được tô màu v).
- $2\ x\ y$ ($1 \leq x \leq n, 1 \leq y \leq m$): Xác định xem ô (x, y) được tô màu gì.

Dữ liệu vào: Nhập từ file `ALCHEMY.inp`:

- Dòng đầu tiên gồm bốn số nguyên dương n, m, k, q ($1 \leq n, m \leq 10^9, 1 \leq k, q \leq 2 \times 10^5$).
- k dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm một trong bốn loại thao tác như đề bài đã nêu (thao tác được nhập vào được viết dưới dạng $L\ r, R\ r, U\ c$ hoặc $D\ c$).
- q dòng cuối cùng, mỗi dòng gồm một trong hai loại truy vấn như đề bài đã nêu (truy vấn được nhập vào được viết dưới dạng $1\ v$ hoặc $2\ x\ y$).

Dữ liệu ra: Ghi ra file `ALCHEMY.out`:

- Với mỗi truy vấn, xuất ra kết quả trên một dòng:
 - Nếu là loại truy vấn loại 1, trường hợp không có ô được tô màu v thì xuất ra **-1 -1**, ngược lại thì xuất ra hai giá trị x, y là tọa độ của ô được tô màu v .
 - Nếu là loại truy vấn loại 2, trường hợp ô (x, y) chưa được tô màu thì xuất ra 0, ngược lại xuất ra duy nhất một giá trị là chỉ số màu của ô (x, y) .

Ràng buộc bổ sung:

- 30% số điểm có $n, m, k \leq 2000$.
- 10% số điểm có $n, m \leq 5000$.
- 30% số điểm có $n, m \leq 2 \times 10^5$.
- 30% số điểm còn lại không có giới hạn gì thêm.

Ví dụ:

ALCHEMY.inp	ALCHEMY.out	Giải thích	
3 3 5 18 L 1 U 2 R 3 D 1 L 2 1 1 1 2 1 3 1 4 1 5 1 6 1 7 1 8 1 9 2 1 1 2 1 2 2 1 3 2 2 1 2 2 2 2 2 3 2 3 1 2 3 2 2 3 3	1 1	Bảng sau thao tác 1	1 2 3 0 0 0 0 0 0
	1 2	Bảng sau thao tác 2	1 2 3 0 4 0 0 5 0
	1 3	Bảng sau thao tác 3	1 2 3 0 4 0 7 5 6
	2 2	Bảng sau thao tác 4	1 2 3 8 4 0 7 5 6
	3 2	Bảng sau thao tác 5	1 2 3 8 4 9 7 5 6
	3 3		
	3 1		
	2 1		
	2 3		
	1		
	2		
	3		
	8		
	4		
	9		
	7		
	5		
	6		

--- Hết ---

Thí sinh không được sử dụng tài liệu.
Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.