

Đề thi vòng loại TLEOJ Cup 2024 – Ngày thi thứ sáu (17/05/2024)

Tổng quan

	Tên bài	Mã nguồn	Dữ liệu vào	Dữ liệu ra
Câu 1	Đếm dãy số	CSEQ.*	CSEQ.inp	CSEQ.out
Câu 2	Búp bê Nga	DOLL.*	DOLL.inp	DOLL.out
Câu 3	Bộ ba nghịch thế	TRIPLE.*	TRIPLE.inp	TRIPLE.out
Câu 4	Tổng chữ số lớn nhất	MAXSUM.*	MAXSUM.inp	MAXSUM.out

Dấu * trong tên tệp ở cột Mã nguồn có thể được thay bởi phần mở rộng của các ngôn ngữ Pascal (.pas), C++ (.cpp), Python (.py).

Các tệp dữ liệu vào và dữ liệu ra thuộc cùng một thư mục với tệp mã nguồn. Tệp mã nguồn, dữ liệu vào và dữ liệu ra đều là các tệp văn bản.

Thí sinh có thời gian làm bài là **180** phút. Với mỗi câu, thí sinh được nộp không quá **03** lần.

Các giới hạn về thời gian và bộ nhớ của mỗi bài sẽ được đề cập riêng ở từng bài.

Đề thi gồm **06** trang, **04** câu, mỗi câu có giá trị **100** điểm.

Câu 1. Đếm dãy số (100 điểm)

Mã nguồn	Dữ liệu vào	Dữ liệu ra	Thời gian	Bộ nhớ
CSEQ.*	CSEQ.inp	CSEQ.out	1 giây	1024 MB

Cho hai số nguyên dương n, m . Nhiệm vụ của bạn là đếm số lượng dãy số a độ dài n sao cho:

- a_i là số nguyên dương với mọi $1 \leq i \leq n$.
- $a_1^1 + a_2^2 + \dots + a_n^n = m$.

Mặc dù số lượng dãy có thể rất lớn, nhưng hiển nhiên sẽ chỉ tồn tại một số lượng nhất định các dãy số a như vậy.

Dữ liệu vào: Nhập từ file CSEQ.inp:

- Dòng đầu tiên gồm một số nguyên dương t ($1 \leq t \leq 10^5$) là số bộ dữ liệu cần xử lý.
- t dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm hai số nguyên dương n, m ($1 \leq n, m \leq 5 \times 10^5$).

Dữ liệu ra: Ghi ra file CSEQ.out:

- Gồm t dòng, dòng thứ i là phần dư của kết quả cho bộ dữ liệu thứ i sau khi chia cho 998244353.

Ràng buộc bổ sung:

- 10% số điểm có $n = 1$.
- 10% số điểm khác có $t \leq 100$ và $n \leq 2$.
- 10% số điểm khác có $n = 2$.
- 30% số điểm khác có $n, m \leq 1000$.
- 30% số điểm khác có $n, m \leq 10^5$.
- 10% số điểm còn lại không có giới hạn gì thêm.

Ví dụ:

CSEQ.inp	CSEQ.out	Giải thích
3	1	Trong bộ dữ liệu đầu tiên, dãy duy nhất thỏa mãn là $(1, 1, 1, 1)$.
4 4	2	
6 9	3	Trong bộ dữ liệu thứ hai, các dãy thỏa mãn là $(4, 1, 1, 1, 1, 1)$ và $(1, 2, 1, 1, 1, 1)$.
2 15		Trong bộ dữ liệu thứ ba, các dãy thỏa mãn là $(6, 3), (11, 2), (14, 1)$.

Câu 2. Búp bê Nga (100 điểm)

Mã nguồn	Dữ liệu vào	Dữ liệu ra	Thời gian	Bộ nhớ
DOLL.*	DOLL.inp	DOLL.out	1 giây	1024 MB

Búp bê Matryoskha, hay búp bê Nga là một loại búp bê đặc trưng của nước Nga. Một bộ búp bê Nga gồm nhiều con búp bê có kích thước khác nhau, được xếp lồng vào nhau (con nhỏ hơn được lồng vào con lớn hơn). Hiện tại Quang có rất nhiều bộ búp bê Nga, nhưng đã bị tách ra thành n con búp bê, con thứ i có kích thước là a_i . Biết rằng, con búp bê thứ i có thể được đặt bao ngoài con búp bê thứ j (và tính là cùng một bộ), khi và chỉ khi $a_i - a_j \geq k$ (lưu ý là i không nhất thiết phải lớn hơn j).

Yêu cầu:

- Đầu tiên, với bộ dữ liệu được cho, bạn sẽ phải tính số bộ tối thiểu có thể lập được bằng cách lồng các con búp bê vào nhau.
- Tiếp theo, bạn sẽ phải trả lời q truy vấn, truy vấn thứ i yêu cầu bạn thay đổi con búp bê thứ u_i thành một con búp bê có kích thước s_i , sau đó trả về số bộ tối thiểu có thể lập được với dữ liệu hiện tại.

Dữ liệu vào: Nhập từ file DOLL.inp:

- Dòng đầu tiên gồm ba số nguyên n, q, k ($1 \leq n \leq 4 \times 10^5, 1 \leq q \leq 4 \times 10^5, 1 \leq k \leq 10^6$) – lần lượt là số lượng con búp bê, số truy vấn cần giải quyết và chênh lệch kích thước tối thiểu của hai con búp bê trong cùng một bộ.
- Dòng tiếp theo gồm n số $a_1, a_2, \dots, a_n$ lần lượt là kích thước ban đầu của từng con búp bê ($1 \leq a_i \leq 10^6$).

- q dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm hai số nguyên dương u_i, s_i ($1 \leq u_i \leq n, 1 \leq s_i \leq 10^6$) – mô tả một truy vấn.

Dữ liệu ra: Ghi ra file DOLL.out:

- Dòng đầu tiên gồm một số nguyên dương là số bộ tối thiểu sắp xếp được với dữ liệu ban đầu.
- q dòng tiếp theo, dòng thứ $i + 1$ gồm một số nguyên dương là số bộ tối thiểu sắp xếp được với dữ liệu sau thay đổi thứ i .

Ràng buộc bổ sung:

- 12% số điểm có $k = 1$ và $q = 0$.
- 12% số điểm khác có $n \leq 5000$ và $q = 0$.
- 16% số điểm khác có $k = 1$.
- 16% số điểm khác có $q = 0$.
- 20% số điểm khác có $k \leq 200$.
- 24% số điểm còn lại không có giới hạn gì thêm.

Ví dụ:

DOLL.inp	DOLL.out	Giải thích
5 3 1 1 2 3 4 5 2 4 3 5 1 4	1 2 2 3	Ban đầu, ta có thể đưa tất cả các con búp bê vào một bộ. Sau thay đổi đầu tiên, cách xếp tối ưu là (1, 3, 4), (4, 5). Sau thay đổi thứ hai, cách xếp tối ưu là (1, 4, 5), (4, 5). Sau thay đổi thứ ba, cách xếp tối ưu là (4), (4, 5), (4, 5).
5 3 2 1 2 3 4 5 2 4 3 5 1 4	2 3 4 5	Ban đầu, cách xếp tối ưu là (1, 3, 5), (2, 4). Sau thay đổi đầu tiên, cách xếp tối ưu là (1, 4), (3, 5), (4). Sau thay đổi thứ hai, cách xếp tối ưu là (1, 5), (4), (4), (5). Sau thay đổi thứ ba, chỉ có thể để mỗi con búp bê là một bộ riêng.
6 0 3 1 1 2 3 4 4	4	Cách sắp xếp tối ưu là (1, 4), (1, 4), (2), (3).

Câu 3. Bộ ba nghịch thế (100 điểm)

Mã nguồn	Dữ liệu vào	Dữ liệu ra	Thời gian	Bộ nhớ
TRIPLE.*	TRIPLE.inp	TRIPLE.out	1 giây	1024 MB

Một dãy $a_1, a_2, \dots, a_n$ được định nghĩa là một hoán vị (của dãy $1, 2, 3, \dots, n$) khi và chỉ khi mỗi số trong đoạn $[1, n]$ xuất hiện trong dãy a chính xác một lần.

Cho một hoán vị $a_1, a_2, \dots, a_n$. Một cặp số (i, j) được gọi là một cặp nghịch thế khi và chỉ khi $i < j$ và $a_i > a_j$.

Bạn được cho một dãy $a_1, a_2, \dots, a_n$ và một số nguyên không âm k .

Yêu cầu: Đếm số lượng bộ ba số (x, y, z) sao cho $1 \leq x < y < z \leq n$ và trong ba cặp số $(x, y), (y, z), (x, z)$ có đúng k cặp nghịch thế.

Dữ liệu vào: Nhập từ file `TRIPLE.inp`:

- Dòng đầu tiên gồm hai số nguyên n, k ($3 \leq n \leq 3 \times 10^5, 0 \leq k \leq 3$).
- Dòng tiếp theo gồm n số nguyên dương $a_1, a_2, \dots, a_n$. Dữ liệu đầu vào đảm bảo a là một hoán vị.

Dữ liệu ra: Ghi ra file `TRIPLE.out`:

- Một dòng duy nhất gồm kết quả bài toán.

Ràng buộc bổ sung:

- 10% số điểm có $n \leq 500$.
- 10% số điểm khác có $n \leq 2000$.
- 10% số điểm khác có $n \leq 5000$.
- 10% số điểm khác có $a_i = i$ và $k = 0$.
- 10% số điểm khác có $k = 0$.
- 10% số điểm khác có $k = 1$.
- 20% số điểm khác có $k = 2$.
- 20% số điểm còn lại có $k = 3$.

Ví dụ:

TRIPLE.inp	TRIPLE.out	Giải thích
4 3 4 2 3 1	2	Ta có bộ $(1, 3, 4)$ là một bộ có 3 cặp nghịch thế vì: - $1 < 3$ nhưng $a_1 = 4 > a_3 = 3$. - $3 < 4$ nhưng $a_3 > a_4$. - $1 < 4$ nhưng $a_1 > a_4$. Ngoài ra, bộ còn lại có 3 cặp nghịch thế là $(1, 2, 4)$.
4 0 4 2 3 1	0	Không có bộ nào không có cặp nghịch thế.

Câu 4. Tổng chữ số lớn nhất (100 điểm)

Mã nguồn	Dữ liệu vào	Dữ liệu ra	Thời gian	Bộ nhớ
MAXSUM.*	MAXSUM.inp	MAXSUM.out	1 giây	256 MB

Bạn được cho hai số nguyên dương l, r ($l \leq r$) và một dãy số g gồm 10 phần tử $g_0, g_1, \dots, g_9$. Gọi $f(x)$ là tổng giá trị g của tất cả chữ số trong x (x không được có chữ số 0 vô nghĩa đứng đầu).

Ví dụ: Với dãy số $g = \{0, 9, 9, 8, 2, 4, 4, 3, 5, 3\}$ thì:

- $f(69) = g_6 + g_9 = 4 + 3 = 7$.
- $f(1000) = g_1 + g_0 + g_0 + g_0 = 9 + 0 + 0 + 0 = 9$.
- $f(2024) = g_2 + g_0 + g_2 + g_4 = 9 + 0 + 9 + 2 = 20$.
- $f(998244353) = g_9 + g_9 + g_8 + g_2 + g_4 + g_4 + g_3 + g_5 + g_3 = 3 + 3 + 5 + 9 + 2 + 2 + 8 + 4 + 8 = 44$.

Nhiệm vụ của bạn là xác định hai giá trị A và B , trong đó:

- A là giá trị lớn nhất của $f(x)$ với mọi $l \leq x \leq r$. Hay nói cách khác, $A = \max_{x=l}^r f(x)$.
- B là giá trị nhỏ nhất sao cho $l \leq B \leq r, f(B) = A$.

Dữ liệu vào: Nhập từ file MAXSUM.inp:

- Dòng đầu tiên gồm duy nhất một số nguyên dương t là số testcase ($1 \leq t \leq 5 \times 10^4$). Sau đó là mô tả về các testcase như sau:
 - Dòng đầu tiên trong mỗi testcase gồm hai số nguyên dương l, r ($1 \leq l \leq r \leq 10^{18}$).
 - Dòng thứ hai trong mỗi testcase gồm 10 số nguyên $g_0, g_1, \dots, g_9$ tương đương với các phần tử trong dãy số g ($|g_i| \leq 10^{16}$).

Dữ liệu ra: Ghi ra file MAXSUM.out:

- Với mỗi testcase, in ra hai giá trị A và B tìm được trên một dòng, các giá trị in trên cùng một dòng được ngăn cách nhau bởi một dấu khoảng trắng.

Ràng buộc bổ sung:

- 10% số điểm có $r \leq 9$.
- 15% số điểm có $r - l \leq 100$.
- 20% số điểm có $r \leq 2024$.
- 15% số điểm có $r - l \leq 2024$.
- 20% số điểm có $r - l \leq 10^6$.
- 10% số điểm có $r - l \leq 10^9$.
- 10% số điểm còn lại không có giới hạn gì thêm.

Ví dụ:

MAXSUM.inp	MAXSUM.out	Giải thích
5 1 9 1 2 3 5 4 2 3 5 4 1 1 28 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 99 101 0 69 2 3 4 5 0 0 0 42 99 101 0 69 2 3 4 5 0 0 0 69 99 101 -69 69 2 3 4 5 0 0 0 42	5 3 10 19 138 101 138 99 84 99	Trong testcase thứ ba, ta có: - $f(99) = 42 + 42 = 84$. - $f(100) = 69 + 0 + 0 = 69$. - $f(101) = 69 + 0 + 69 = 138$. → $A = 138, B = 101$. Trong testcase thứ tư, ta có: - $f(99) = 69 + 69 = 138$. - $f(100) = 69 + 0 + 0 = 69$. - $f(101) = 69 + 0 + 69 = 138$. → $A = 138, B = 99$. Trong testcase thứ năm, ta có: - $f(99) = 42 + 42 = 84$. - $f(100) = 69 - 69 - 69 = -69$. - $f(101) = 69 - 69 + 69 = 69$. → $A = 84, B = 99$.

--- Hết ---

Thí sinh không được sử dụng tài liệu.
Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.