

Kỳ thi	Kỳ thi chọn học sinh giỏi lớp 9 THCS – Vĩnh Phúc		
Năm học	2023–2024	Bảng thi	
Thời gian làm bài	150 phút	Số bài	3
Tổng điểm	20 điểm	Ngày thi	

TỔNG QUAN ĐỀ THI

Bài	Tên bài	Tệp vào	Tệp ra	Time limit	Memory	Điểm
1	Cặp số	PAIR.INP	PAIR.OUT	1 s	1024 MB	7
2	Truy vấn mảng	QUERY.INP	QUERY.OUT	1 s	1024 MB	7
3	Xoắn ốc	SPIRALP.INP	SPIRALP.OUT	1 s	1024 MB	6

Bài 1. Cặp số [PAIR]

Cho hai số nguyên dương N, K . Xét các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn:

- x và y đều là số nguyên tố;
- $1 < x < y \leq N$;
- $y - x = K$.

Yêu cầu: Đếm số cặp (x, y) thỏa mãn các điều kiện trên.

Dữ liệu vào: Tệp PAIR.INP gồm một dòng duy nhất chứa hai số nguyên dương N, K .

Kết quả: Ghi ra tệp PAIR.OUT một số nguyên duy nhất là số lượng cặp số tìm được.

Ràng buộc: $1 \leq K \leq N \leq 10^6$.

Chấm điểm:

Nhóm	Điểm	Ràng buộc
1	70%	$1 < N \leq 100$.
2	30%	$100 < N \leq 10^6$.

Ví dụ:

PAIR.INP	PAIR.OUT	Giải thích
20 6	4	Có bốn cặp: $(5, 11)$, $(7, 13)$, $(11, 17)$, $(13, 19)$.

Bài 2. Truy vấn mảng [QUERY]

Cho dãy gồm N phần tử $a_1, a_2, \dots, a_N$. Cần thực hiện P truy vấn, mỗi truy vấn thuộc một trong hai loại:

- Loại 1** (ký tự !): chuyển phần tử ở vị trí thứ N về vị trí thứ 1, các phần tử còn lại dịch sang phải một vị trí;
- Loại 2** (ký tự ?): tìm một đoạn con liên tiếp có độ dài K chứa nhiều phần tử bằng 1 nhất và cho biết số lượng phần tử bằng 1 trong đoạn đó.

Yêu cầu: Thực hiện lần lượt các truy vấn đã cho và trả lời mỗi truy vấn loại 2.

Dữ liệu vào: Tệp QUERY.INP gồm:

- Dòng 1 chứa ba số nguyên N, K, P ;
- Dòng 2 chứa N số nguyên $a_1, a_2, \dots, a_N$;
- Dòng 3 chứa một xâu gồm đúng P ký tự. Ký tự thứ i là ! nếu truy vấn thứ i thuộc loại 1 và là ? nếu truy vấn thứ i thuộc loại 2.

Kết quả: Với mỗi truy vấn loại 2, ghi ra một dòng riêng biệt chứa số nguyên là câu trả lời của truy vấn đó, theo đúng thứ tự xuất hiện trong dữ liệu vào.

Ràng buộc: $1 \leq N, K, P \leq 100000$, $K \leq N$, $0 \leq a_i \leq 1$.

Chấm điểm:

Nhóm	Điểm	Ràng buộc
1	28%	Xâu mô tả truy vấn chỉ gồm đúng một ký tự ?.
2	7%	$1 \leq N, K, P \leq 100$.
3	9%	$1 \leq N, K, P \leq 1000$.
4	56%	Không có ràng buộc gì thêm.

Ví dụ:

QUERY . INP	QUERY . OUT	Giải thích
5 4 4	2	Truy vấn đầu tiên cho kết quả 2. Sau hai phép xoay, dãy lần lượt trở thành 1, 1, 0, 1, 0 rồi 0, 1, 1, 0, 1; truy vấn cuối có đoạn 1, 1, 0, 1 chứa 3 số 1.
1 0 1 0 1	3	
? ! ! ?		

Bài 3. Xoắn ốc [SPIRALP]

Trên một lưới kích thước $N \times M$ ô vuông đơn vị, người ta đặt một quân cờ vào ô trên cùng bên trái. Các ô được đánh số từ 1 đến $N \times M$ theo hình xoắn ốc, bắt đầu từ ô trên cùng bên trái và đi sang phải.

Mỗi ô có màu đen hoặc màu trắng. Ô màu đen là ô không thể di chuyển quân cờ vào; ô màu trắng là một vị trí hợp lệ.

Với số nguyên K cho trước, giả sử quân cờ đang ở ô được đánh số x , trong một bước có thể di chuyển quân cờ tới một ô trắng được đánh số thuộc tập

$$x + 1, x + 2, \dots, x + K.$$

Yêu cầu: Hãy xác định hai giá trị:

- P : số bước di chuyển ít nhất để đưa quân cờ tới ô được đánh số $N \times M$; nếu không thể tới đích thì $P = -1$;
- Với một ô trắng được đánh số i , gọi $F(i)$ là số ô trắng có thể đi tới trực tiếp từ i trong một bước. Hãy tính Q là giá trị lớn nhất của $F(i)$ trên tất cả các ô trắng.

Dữ liệu vào: Tập SPIRALP . INP gồm:

- Dòng 1 chứa ba số nguyên N, M, K ;
- N dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa M số nguyên 0 hoặc 1 mô tả lưới. Số 0 biểu thị ô màu trắng, số 1 biểu thị ô màu đen.

Kết quả: Ghi ra tập SPIRALP . OUT một dòng chứa hai số nguyên P, Q .

Ràng buộc: Các giới hạn được cho theo các nhóm chấm điểm dưới đây; ở nhóm đầy đủ có thể có tới $N \times M = 6 \cdot 10^6$ ô.

Chấm điểm:

Nhóm	Điểm	Ràng buộc
1	19%	$N = 1, M \leq 30000, K \leq 100$.
2	13%	$N = 1, M \leq 100000, K \leq 100000$.
3	18%	$N \leq 200, M \leq 30000, K \leq 50$.
4	50%	$N \leq 200, M \leq 30000, K \leq 6000000$.

Minh họa cách đánh số và màu của ví dụ 1:

1	2	3	4	5
14	15	16	17	6
13	20	19	18	7
12	11	10	9	8

Ví dụ:

SPIRALP . INP	SPIRALP . OUT	Giải thích
4 5 3 0 1 1 0 1 1 0 1 0 1 0 0 1 0 0 1 1 0 1 1	7 2	Một đường đi tối ưu là $1 \rightarrow 4 \rightarrow 7 \rightarrow 10 \rightarrow 13 \rightarrow 15 \rightarrow 18 \rightarrow 20$, gồm 7 bước. Giá trị $Q = 2$; chẳng hạn từ ô 15 có thể tới 17 hoặc 18.
1 5 1 0 1 0 0 1	-1 1	Không thể đi tới ô số 5. Các ô trắng là 1, 3, 4, và $\max(F(1), F(3), F(4)) = 1$.