

Kỳ thi	Đề thi tuyển sinh lớp 10 – Trường Phổ thông Năng khiếu – Môn Tin học		
Năm học	2023–2024	Bảng thi	
Thời gian làm bài	120 phút	Số bài	3
Tổng điểm	10 điểm	Ngày thi	Không nêu

TỔNG QUAN ĐỀ THI

Bài	Tên bài	Tệp vào	Tệp ra	Time limit	Memory	Điểm
1	Dãy dài nhất	MARBLE.INP	MARBLE.OUT	1 s	1024 MB	4,0
2	Cắt bánh	CAKE.INP	CAKE.OUT	1 s	1024 MB	3,0
3	Tổng K	SUMK.INP	SUMK.OUT	1 s	1024 MB	3,0

Bài 1. Dây dài nhất

Hải và Nam là đôi bạn thân và đều rất đam mê môn Tin học. Hải cho Nam hai dãy $a_1, a_2, \dots, a_n$ và $b_1, b_2, \dots, b_m$ lần lượt gồm n và m số nguyên. Nam lấy một đoạn gồm các phần tử đầu của dãy a : $a_1, a_2, \dots, a_i$ và ghép với một đoạn gồm các phần tử cuối của dãy b : $b_j, b_{j+1}, \dots, b_m$ để nhận được một dãy không giảm

$$a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_i \leq b_j \leq b_{j+1} \leq \dots \leq b_m$$

với số phần tử là lớn nhất.

Yêu cầu: Cho hai dãy a và b gồm n và m số nguyên, hãy cho biết số phần tử nhiều nhất của dãy mà Nam có thể ghép được.

Dữ liệu vào: Tệp MARBLE.INP gồm:

- Dòng đầu chứa số nguyên dương n ($1 \leq n \leq 10^5$);
- Dòng thứ hai chứa n số nguyên $a_1, a_2, \dots, a_n$, mỗi số có giá trị tuyệt đối không quá 10^9 ;
- Dòng thứ ba chứa số nguyên dương m ($1 \leq m \leq 10^5$);
- Dòng cuối chứa m số nguyên $b_1, b_2, \dots, b_m$, mỗi số có giá trị tuyệt đối không quá 10^9 .

Kết quả: Ghi ra tệp MARBLE.OUT một số nguyên duy nhất là số phần tử nhiều nhất có thể của dãy mà Nam nhận được.

Chấm điểm:

Nhóm	Tỉ lệ	Ràng buộc
1	50%	$n, m \leq 5000$.
2	50%	Không có ràng buộc gì thêm.

Ví dụ:

MARBLE.INP	MARBLE.OUT
3 1 4 9 4 5 2 4 5	4

Giải thích: Có thể ghép hai phần tử đầu của dãy a với hai phần tử cuối của dãy b để được 1, 4, 4, 5, hoặc ghép phần tử đầu của a với ba phần tử cuối của b để được 1, 2, 4, 5. Cả hai cách đều có 4 phần tử.

Bài 2. Cắt bánh

Chiếc bánh sinh nhật có dạng hình chữ nhật, được chia thành lưới ô vuông đơn vị kích thước $M \times N$. Các dòng được đánh số từ 1 tới M từ trên xuống dưới, các cột được đánh số từ 1 tới N từ trái qua phải; ô (i, j) nằm ở giao của dòng i và cột j . Trên bánh có $4K$ trái cherry, mỗi trái nằm trên một ô khác nhau.

Sau khi thổi nển, Sừu chia chiếc bánh thành 4 phần bằng cách cắt một đường dọc và một đường ngang theo các đường của lưới ô vuông. Sừu muốn mỗi phần bánh có số lượng cherry bằng nhau. Hai cách cắt khác nhau nếu vị trí của ít nhất một trong hai đường cắt khác nhau.

Yêu cầu: Cho kích thước của bánh và vị trí các trái cherry, hãy đếm số cách cắt bánh thành 4 phần sao cho mỗi phần có đúng K trái cherry.

Dữ liệu vào: Tập `CAKE.INP` gồm:

- Dòng đầu chứa ba số nguyên dương M, N, K ($1 \leq M, N \leq 10^5, 1 \leq K \leq 5 \times 10^4$);
- $4K$ dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa hai số nguyên x, y ($1 \leq x \leq M, 1 \leq y \leq N$) là vị trí một trái cherry. Không có hai trái cherry nằm cùng một vị trí.

Kết quả: Ghi ra tập `CAKE.OUT` một số nguyên duy nhất là số cách cắt thỏa mãn.

Chăm điểm:

Nhóm	Tỉ lệ	Ràng buộc
1	30%	$K = 1$.
2	30%	$N, M \leq 4000$.
3	40%	Không có ràng buộc gì thêm.

Ví dụ:

CAKE.INP	CAKE.OUT
3 4 1 2 2 3 2 1 4 3 4	2

			●
	●		
	●		●

Bài 3. Tổng K

Cho bảng C gồm n dòng và n cột. Các dòng và cột được đánh số từ 1 đến n . Với dãy số nguyên $a_1, a_2, \dots, a_n$, ô (i, j) của bảng được điền giá trị $a_i \times a_j$.

Một hình chữ nhật con của bảng C là tập hợp các ô ở giao của một số dòng liên tiếp và một số cột liên tiếp của bảng C .

Yêu cầu: Hãy cho biết có bao nhiêu hình chữ nhật con của bảng C có tổng giá trị các ô thuộc hình chữ nhật đó bằng k .

Dữ liệu vào: Tập `SUMK.INP` gồm:

- Dòng đầu là n ($1 \leq n \leq 8000$);
- Dòng thứ hai chứa n số nguyên $a_1, a_2, \dots, a_n$ ($0 \leq a_i \leq 100$);
- Dòng thứ ba chứa số nguyên k ($1 \leq k \leq 10^6$).

Kết quả: Ghi ra tập `SUMK.OUT` một số nguyên duy nhất là số hình chữ nhật con có tổng bằng k .

Chăm điểm:

Nhóm	Tỉ lệ	Ràng buộc
1	40%	$1 \leq n \leq 80$.
2	40%	$100 < n \leq 800$.
3	20%	$n > 800$ và $a_i > 0$.

Ghi chú nguồn: các khoảng ràng buộc chấm điểm được giữ đúng như đề gốc, trong đó nhóm 2 bắt đầu từ $n > 100$.

Ví dụ:

SUMK . INP	SUMK . OUT
5	12
2 4 1 5 3	
30	

Với $a = (2, 4, 1, 5, 3)$, bảng C là

$$\begin{pmatrix} 4 & 8 & 2 & 10 & 6 \\ 8 & 16 & 4 & 20 & 12 \\ 2 & 4 & 1 & 5 & 3 \\ 10 & 20 & 5 & 25 & 15 \\ 6 & 12 & 3 & 15 & 9 \end{pmatrix}.$$